



DEVOIR MAISON 1 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2020-2021 – Lycée Jeanne d’Albret

24-10-2020

Modèle simple de l’arc-en-ciel

L’objectif de cet exercice est d’expliquer le phénomène de l’arc-en-ciel qui a lieu dans les conditions grossièrement décrites sur la figure 1.



1. D’après l’expérience commune, dans quelle direction doit-on regarder pour apercevoir l’arc-en-ciel ?

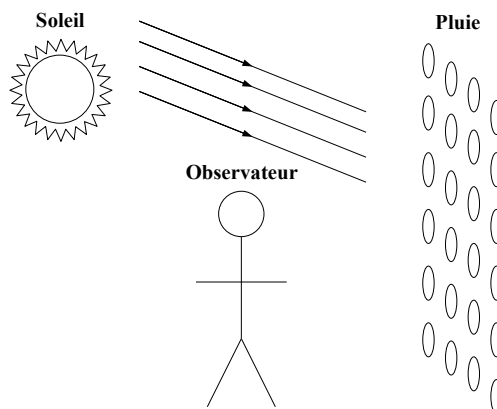


FIGURE 1 – Conditions météorologiques propices à l’arc-en-ciel

Dans un premier temps, on s’intéresse au parcours des rayons du soleil dans une goutte d’eau, modélisée par une boule d’eau de centre O , de rayon R et d’indice optique n (figure 2). Cette goutte est éclairée par un faisceau de lumière parallèle de direction XX' . Elle est supposée immobile dans l’air.



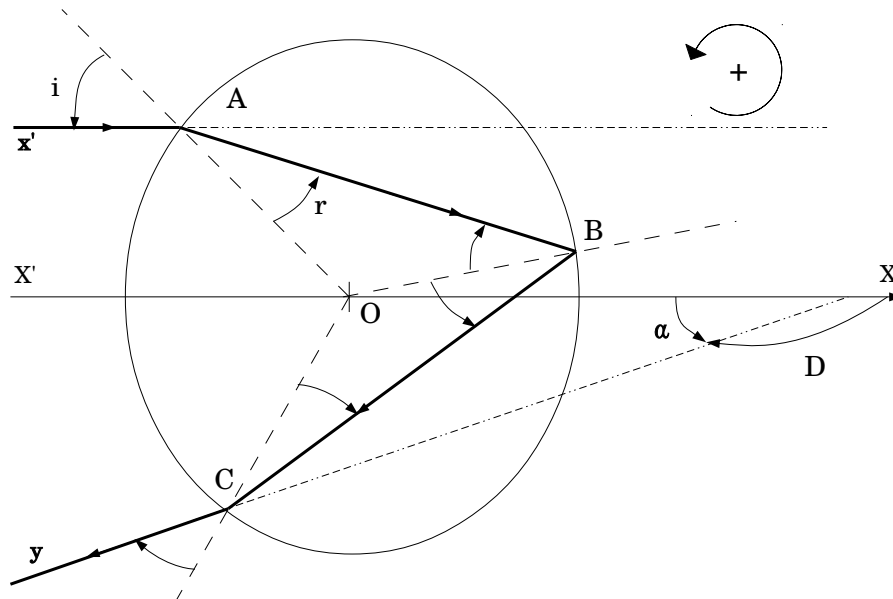


FIGURE 2 – Trajet de la lumière dans une goutte d’eau

On s’intéresse au trajet d’un rayon lumineux à travers la goutte. Le rayon atteint la goutte et est réfracté en A . En B , le rayon est réfracté et/ou réfléchi mais on ne considère ici que le rayon réfléchi. Ce rayon réfléchi en B rencontre à nouveau le dioptre en C ou il se réfracte selon la direction Cy (on ignore la réflexion en ce point).

On pose : $i = (\vec{OA}, \vec{Ax'})$, $r = (\vec{AO}, \vec{AB})$, $\alpha = (\vec{OX'}, \vec{Cy})$, $D = (\vec{OX}, \vec{OX'})$.

On s’intéresse au parcours d’une radiation monochromatique, de longueur d’onde λ , composant la lumière du soleil.

2. Peut-on traiter le problème dans le cadre de l’approximation géométrique de la propagation de la lumière ?
3. Étude quantitative

3.1 Compléter la figure 2 en donnant les valeurs littérales des différents angles représentés.

3.2 A quelle condition sur r y-a-t-il réflexion totale en B ?

3.3 Montrer d’autre part que :

$$\alpha = 4r - 2i$$

On admet que l’intensité lumineuse réfléchie par la goutte et perçue par l’œil est maximale lorsque $\alpha(i)$ passe par un extremum, c’est à dire pour une incidence i_E au voisinage de laquelle la déviation par la goutte d’eau est sensiblement constante. Ces conditions sont indispensables à la vision de l’arc-en-ciel par l’observateur.

3.4 Quelle condition doit vérifier $\frac{\partial \alpha}{\partial i}$ pour $i = i_E$? En déduire la valeur numérique de $\left(\frac{\partial r}{\partial i}\right)_{i_E}$ pour laquelle α est extremum.

3.5 Montrer d’autre part que :

$$\frac{\partial r}{\partial i} = \frac{\cos i}{n \cos r}$$

3.6 On note r_E , l’angle de réfraction associé à l’incidence d’angle i_E . Montrer que :

$$\cos i_E = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}} \quad \text{et} \quad \cos r_E = \sqrt{\frac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$$

3.7 En déduire l’expression de l’extremum α_E de l’angle α .

4. Rôle du phénomène de dispersion

L’indice de réfraction n dépend de la longueur d’onde de la lumière incidente (phénomène de dispersion). Dans le rouge, $n_{\text{rouge}} = 1,331$, et dans le violet, $n_{\text{violet}} = 1,337$.

4.1 Calculer les valeurs numériques de α_E le rouge et pour le violet.

4.2 En raisonnant sur les symétries du problème, expliquer la forme en arc de cercle d’un arc-en-ciel.

4.3 Réaliser un schéma explicitant le phénomène de l’arc-en-ciel.

4.4 Dans certaines conditions, l’observateur peut discerner deux arcs-en-ciel (d’intensité différentes) l’un au-dessus de l’autre. Expliquer ce phénomène.

Illustration du phénomène d’arc-en-ciel sur le Web :

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/arc_en_ciel/arc_en_ciel.html