



DEVOIR SURVEILLÉ 5 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

15.12.2018

Durée de l'épreuve : 4h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 9 pages dont une annexe à remettre avec la copie.

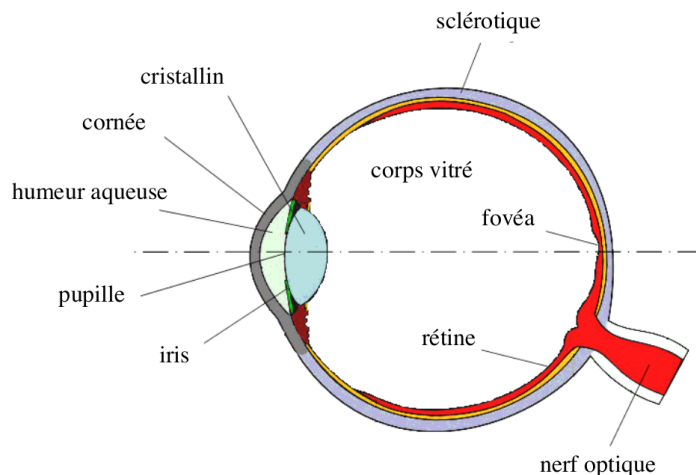
- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n °page courante/nombre total de pages.

Problème 1 – L'œil et quelques unes de ses maladies

On s'intéresse au fonctionnement de l'œil humain et à certaines maladies pouvant l'affecter. Pour répondre aux questions, on pourra s'appuyer sur les documents fournis en début d'énoncé. **Les trois parties peuvent être traitées indépendamment.**

Document 1 – L'œil humain

L'œil humain a sensiblement la forme d'une sphère limitée par une membrane (la sclérotique) qui est transparente à l'avant de l'œil et forme la cornée (figure 1). L'intérieur du globe oculaire est divisé en deux parties séparées par le cristallin qui est une lentille convergente. Cette lentille est élastique et ses rayons de courbure varient lorsque l'œil accommode, c'est-à-dire quand il passe de la vision de loin à la vision de près. La partie antérieure entre la cornée et le cristallin est remplie d'un liquide appelé humeur aqueuse. L'iris permet à l'œil de diaphragmer et définit la pupille. La partie postérieure du cristallin est formée du corps vitré. La rétine qui sert de détecteur est tapissée de cellules de deux types différents, les cônes et les bâtonnets qui transforment l'excitation lumineuse en influx nerveux. La fovéa, partie de la rétine située sur l'axe optique de l'œil, est la partie la plus sensible de la rétine. Le diamètre de la pupille est de l'ordre de quelques mm. La tailles des cônes et des bâtonnets est de l'ordre du μm .



Document 2 – Relation de conjugaison

Pour une lentille mince symétrique :

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = V$$

avec V la vergence de la lentille, $p = \overline{OA}$, $p' = \overline{OA'}$ où O est le centre optique de la lentille, A un point-objet sur l’axe optique et A' le point-image conjugué à A par la lentille.

Document 3 – Grandissement

Le grandissement γ par une lentille mince symétrique vaut :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p} = \frac{1}{1 + p.V} = p'.V - 1$$

avec V la vergence de la lentille, $p = \overline{OA}$, $p' = \overline{OA'}$ où O est le centre optique de la lentille, AB un objet et $A'B'$ l’image conjuguée à AB par la lentille.

1. Modélisation de l’œil : vision de loin

Dans le cadre de la vision de loin, pour simplifier l’étude de l’œil, on peut assimiler celui-ci à une lentille (L) plan-convexe d’indice n plongée dans l’air d’indice 1. La lentille (L) possède une face d’entrée plane et une face de sortie sphérique. On se place dans le cas de la vision de loin quand l’œil n’accommode pas. Un rayon parallèle à l’axe optique, situé à la distance h de celui-ci, est issu d’un point objet A_∞ à l’infini sur l’axe optique (fig.1). Il pénètre par la face d’entrée plane de la lentille pour arriver au point I de la face concave où il se réfracte en passant du milieu, d’indice $n = 1,33$, à l’air, d’indice 1. Le rayon émergent intercepte l’axe optique au point image A_i . C est le centre de courbure de la face de sortie de la lentille et $R_C = \overline{CS}$ son rayon de courbure. On note i l’angle d’incidence et r l’angle réfracté par rapport à la normale CI .

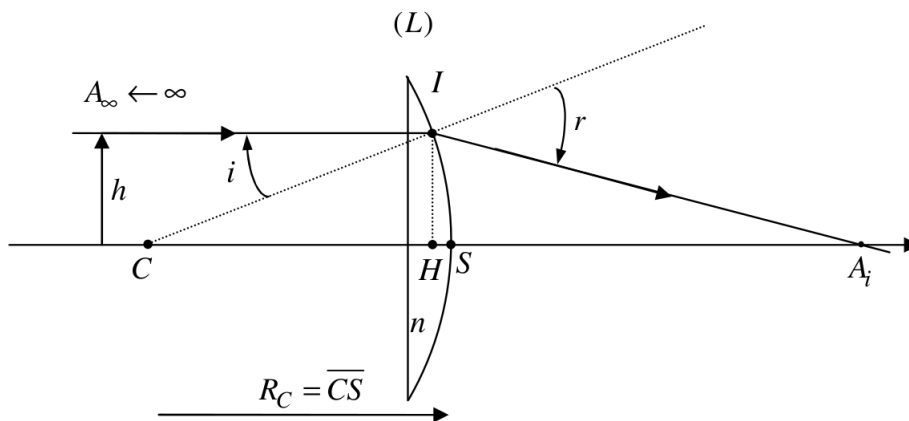


FIGURE 1 – Modèle simple de l’œil

- 1.1 Exprimer la relation entre les angles i et r à l’aide de la loi de Snell-Descartes adéquate.
- 1.2 Exprimer h en fonction de i et R_C
- 1.3 Soit H , le projeté de I sur l’axe optique. Montrer que la distance algébrique $\overline{HA_i}$ vaut :

$$\overline{HA_i} = \frac{R_C \sin i}{\tan(r - i)}$$

Le cristallin est-il stigmatique ?

- 1.4 Rappeler ce qu’on appelle *conditions de Gauss*. Comparer h et R_C afin que les conditions de Gauss soit vérifiées ici. Dans ces conditions les angles r et i sont petits et $H \approx S$.

Dans la suite, les conditions de Gauss sont supposées vérifiées.

- 1.5 Montrer, dans ces conditions, que le point de convergence des rayons parallèle à l’axe optique A_i pour un angle d’incidence i vérifie :

$$\overline{SA_i} = \frac{R_c}{n-1}$$

Commenter. Que représente la distance $\overline{SA_i}$ vis-à-vis du cristallin ?

- 1.6 Expliquer pourquoi on plisse les yeux pour mieux voir les objets éloignés.

2. Modélisation de l’œil dans les conditions de Gauss

Dans les conditions de Gauss, on peut assimiler l’œil à une lentille **mince** (L) biconvexe convergente, plongée dans l’air d’indice 1. Tous les rayons lumineux seront considérés comme étant paraxiaux. O est le centre optique de la lentille, F son foyer principal objet, F' son foyer principal image, V sa vergence et f' sa distance focale image (fig.2). La rétine, centrée au point R , est située à une distance du cristallin anatomiquement invariable : la distance $OR = 16,7\text{ mm}$ reste fixe quelle que soit l’accommodation.

On adopte ce modèle pour toute la suite du problème.

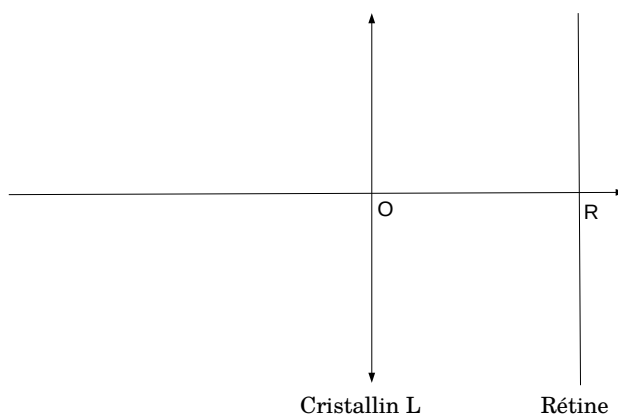


FIGURE 2 – Modèle de l’œil pour la vision de près

L’œil est capable d’accommoder, c’est-à-dire que les rayons de courbure de la lentille biconvexe et donc sa vergence peuvent être augmenter sous l’effet des muscles ciliaires.

- 2.1 Donner la plage d’accommodation d’un œil sain.
 2.2 En déduire la vergence minimale V_m de l’œil puis sa vergence maximale V_M .

3. La myopie

On considère un individu dont la vergence des yeux au repos vaut $V_1 = 62\delta$. Cet individu est myope. On s’intéresse uniquement à la vision d’un point-objet situé sur l’axe optique.

- 3.1 Expliquer à l’aide d’une construction géométrique pourquoi, au repos, cet individu voit mal de loin. Peut-il voir loin en accommodant ?
 3.2 Estimer la plage d’accommodation de l’individu.
 3.3 Pour corriger la myopie, on porte des verres. Pourquoi doivent-ils être divergents ?
 3.4 On supposant que les verres sont placés $l = 1\text{ cm}$ devant les yeux, déterminer la vergence V_2 (au quart de dioptries près) nécessaire pour corriger la vue du myope étudié.
 3.5 Illustrer graphiquement cette correction dans le cas d’un point-objet à l’infini sur l’axe optique sur le schéma en annexe (fig.7).

4. La presbytie

Avec l’âge, l’amplitude d’accommodation se réduit. Cette diminution physiologique porte le nom de presbytie. En pratique, un individu devient presbyte quand il doit éloigner son journal de plus de $d = 35\text{ cm}$ de son œil pour lire.

- 4.1 Rappeler l’ordre de grandeur de la résolution angulaire ε de l’œil humain.
 4.2 Proposer deux explications possibles à la limite en résolution de l’œil humain. Un calcul justificatif permettant d’estimer ε est attendu pour chacune des hypothèses.
 4.3 Un individu atteint de presbytie n’est plus en capacité de voir nette à moins de 1 m. Peut-il encore lire son journal ?

Problème 2 – Modèle de Winkessel du système cardiovasculaire

On cherche à décrire de manière globale le système artériel du corps humain par analogie avec un circuit électrique.

1. Modèle électrique du système artériel

Le cœur joue le rôle de pompe permettant au sang de s’écouler à travers le réseau de vaisseaux sanguins. Il communique avec le réseau artériel via la valve systolique.

Les premières théories, modélisant le débit sanguin dans le système artériel, considèrent les parois de l’aorte et des grosses artères élastiques, comme une « capacité » apte à stocker transitoirement une certaine quantité sanguine. Le réseau artériel est également caractérisé par sa résistance à l’écoulement dont l’on rend compte par sa résistance hydraulique équivalente R .

Ces modèles globaux de la circulation sanguine permettent d’opérer une analogie avec un circuit électrique moyennant les analogies explicitées fig.3.

Modèle hydraulique	Modèle électrique
Volume du sang V	Charge électrique q
Débit volumique $D = \frac{dV}{dt}$	Intensité électrique $i = \frac{dq}{dt}$
Pression p	Potentiel électrique ϕ

FIGURE 3 – Analogies entre système cardiovasculaire et circuit électrique

On peut alors représenter le système artériel par le circuit fig.4.

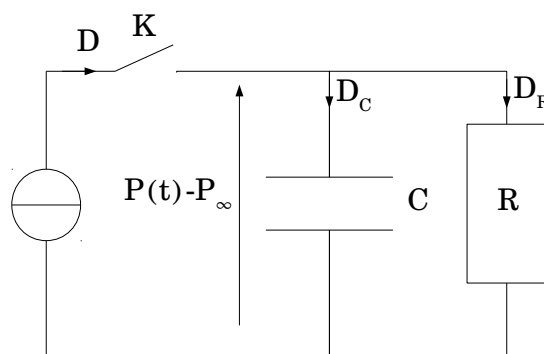


FIGURE 4 – Modèle de Winkessel du système artériel. $P(t)$ est la pression de l’aorte, P_∞ est la pression asymptotique au bout du système artériel. D est le débit volumique sanguin, supposé stationnaire, en provenance du ventricule gauche (ce débit est nul lorsque K est ouvert).

- 1.1 Sur le schéma fig.4, que modélise le générateur de courant ? L’interrupteur ?
- 1.2 Par une analogie à expliciter, proposer une relation entre R , D_R et $\Delta P = P - P_\infty$.
- 1.3 Justifier la relation suivante :

$$D_C = C \frac{dP}{dt}$$

2. Battements du cœur

Grossièrement, le cycle cardiaque se divise en deux grandes phases : la systole et la diastole.

- Durant la systole, la valve aortique est ouverte : en se contractant, le ventricule gauche du cœur expulse du sang dans l’aorte plus vite qu’il ne peut s’écouler en raison des résistances périphériques. Il en résulte une augmentation de pression jusqu’à un maximum appelé *pression systolique*. On note t_s la durée de la systole.
- Durant la diastole, le ventricule gauche du cœur se relâche. La valve aortique se referme et l’aorte se vide du sang qu’elle a emmagasiné vers le reste du réseau. La pression diminue et atteint un minimum appelé *pression diastolique* juste avant une nouvelle contraction. On note t_d la durée de la diastole.

- 2.1 **Diastole.** A $t = t_s$, c’est le début de la diastole. On note $P_m = P(t_s)$.
- 2.1.1 Quel est l’état de l’interrupteur K pendant la diastole ?
- 2.1.2 Écrire l’équation différentielle vérifiée par la pression $P(t)$. On posera $\tau = RC$.
- 2.1.3 Déterminer l’expression de $P(t)$ durant la diastole en fonction de P_m , P_∞ et τ .
- 2.2 **Systole.** On pose $t = 0$ au début de la systole. On pose $P(t = 0) = P_0$.
- 2.2.1 Quel est l’état de l’interrupteur K durant la systole ?
- 2.2.2 Écrire l’équation différentielle vérifiée par la pression $P(t)$. On posera $\tau = RC$.
- 2.2.3 En déduire l’expression de $P(t)$ en fonction de P_0 , P_∞ , D , R et τ durant la systole.
- 2.3 Représenter la pression artérielle $P(t)$ en fonction du temps durant deux battements cardiaques. Faire apparaître les durées t_s , t_d et T respectivement de la systole, de la diastole et d’un battement cardiaque ainsi que les pressions P_0 et P_m .
- 2.4 Exprimer la pression systolique P_m et la pression la pression diastolique P_0 en fonction des paramètres du modèle.
- 2.5 Calculer P_m et P_0 en mmHg pour $C = 6,03 \times 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot \text{Pa}^{-1}$, $R = 1,265 \times 10^{-8} \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$, une fréquence cardiaque de 70 batt/min, $t_s = 0,33 \text{ s}$, $D = 260 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et $P_\infty = 7 \text{ mmHg}$. On rappelle que $1 \text{ mmHg} = 136 \text{ Pa}$.
- 2.6 En moyenne les pressions systolique diastolique normales en cmHg sont $P_m/P_0 = 12/8$. Commenter.
- 2.7 L’expérience donne des résultats ayant l’allure des courbes fig.5. Commenter.

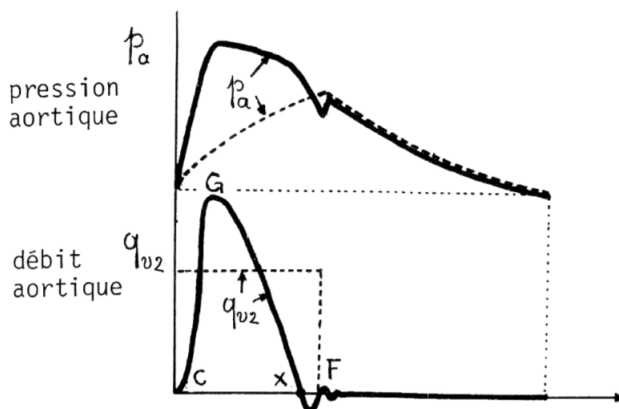
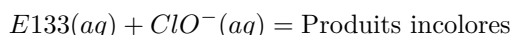


FIGURE 5 – Variations normales de la pression artérielle et du débit sanguin aortiques au cours d’un battement cardiaque. En pointillé le modèle de Winkessel, en gras la courbe expérimentale.

Problème 3 – Suivi de la décomposition du bleu brillant en présence d’hypochlorite de sodium

L’eau de Javel est une solution à base d’ions hypochlorite capable de décomposer de nombreuses substances organiques comme le bleu brillant (E133), colorant alimentaire fréquemment rencontré dans les boissons et les sucreries de couleur bleue.

La cinétique de la décomposition du bleu brillant en présence d’ions hypochlorite d’équation :

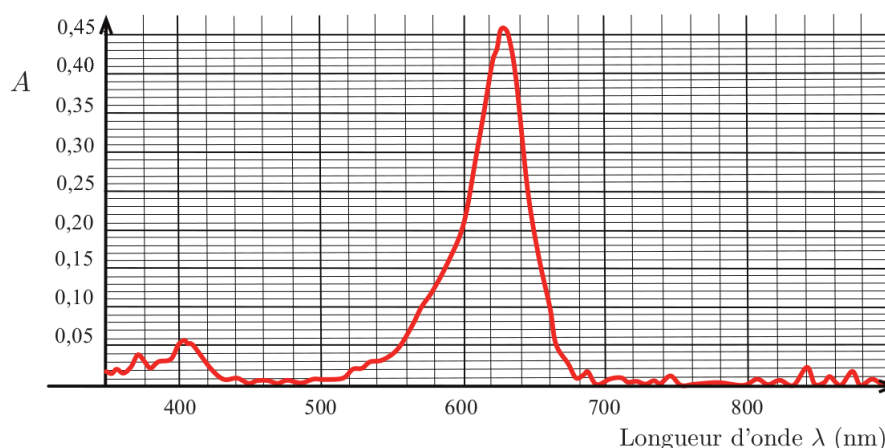


est suivie par spectrophotométrie en mesurant l’absorbance A de la solution au cours du temps à une longueur d’onde donnée. On suppose que la vitesse de la réaction v peut se mettre sous la forme :

$$v = k[E133]^\alpha [ClO^-]^\beta$$

où α est l’ordre partiel par rapport au bleu brillant (E133), β l’ordre partiel par rapport aux ions hypochlorite ClO^- et k la constante de vitesse de la réaction. Cette réaction, qui admet un ordre global entier, est réalisée dans les conditions suivantes : température constante et égale à 298 K, milieu réactionnel homogène, réaction quantitative et volume constant.

Document 4 – Spectre d’absorption du bleu brillant



Absorbance A du bleu brillant en fonction de la longueur d’onde λ exprimée en nm.

Document 5 – Préparation de la gamme de la solution étalon de bleu brillant

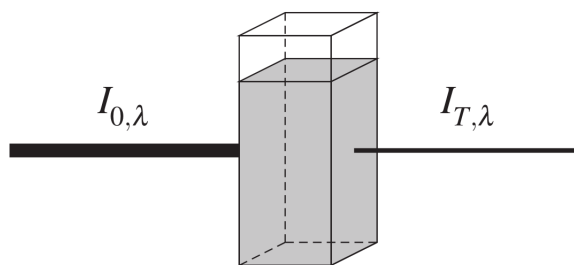
Une gamme étalon est réalisée : à partir d’une solution mère de bleu brillant commercial de concentration molaire volumique connue $c_0 = 4,72 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, des solutions filles sont préparées en utilisant une verrerie adaptée. On obtient alors une série de solutions de bleu brillant de concentrations c connues. L’absorbance A de chaque solution est mesurée dans une cuve en plastique de 1 cm d’épaisseur à une longueur d’onde λ adaptée. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau ci-dessous :

A	0	0,234	0,347	0,456	0,582
$c (10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1})$	0	1,89	2,83	3,78	4,72

Absorbances et concentrations des solutions.

Document 6 – Absorbance d’une solution

Lorsqu’une solution est traversée par un rayonnement polychromatique, elle peut atténuer l’intensité des radiations à certaines longueurs d’onde : on dit qu’elle absorbe ces radiations.



Représentation d’une cuve traversée par un faisceau incident d’intensité $I_{0,\lambda}$. Un faisceau transmis $I_{T,\lambda}$ en émerge. La longueur de la cuve l traversée est de 1 cm.

Un faisceau de lumière monochromatique (de longueur d’onde λ) d’intensité incidente $I_{0,\lambda}$ traverse une longueur l de solution limpide (phénomène de diffusion négligeable) placée dans une cuve. Une partie de la radiation est absorbée par la solution, l’autre est transmise et son intensité est notée $I_{T,\lambda}$.

1. Suivi spectrophotométrique de la réaction

1.1 Définir l’absorbance A d’une solution.

1.2 A quelle couleur correspond le pic d’absorption du bleu brillant ? Pouvait-on s’y attendre ?

- 1.3 On travaille à la longueur d’onde $\lambda = 614\text{ nm}$ pour réaliser les mesures d’absorbance lors de la réalisation de la gamme de solutions étalons. Justifier.
- 1.4 Détailler le protocole expérimental à mettre en place pour préparer, à partir de la solution mère de bleu brillant, un volume $V = 25,0\text{ mL}$ d’une solution de bleu brillant de concentration molaire volumique $c = 1,89 \times 10^{-6}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
- 1.5 On rappelle la loi de Beer-Lambert : $A = \varepsilon(\lambda, T)l[E133]$ où l est la longueur de solution traversée par la lumière monochromatique. Cette loi est-elle vérifiée ici ? Si oui, en déduire la valeur du coefficient d’extinction molaire $\varepsilon(\lambda, T)$ pour $T = 298\text{ K}$ et $\lambda = 614\text{ nm}$.
- 1.6 En quoi la spectrophotométrie est une technique de choix pour le suivi cinétique de la réaction de décomposition du colorant E133 ?

2. Étude cinétique

Protocole expérimental - À l’instant $t = 0\text{ min}$, on place dans un bécher de 50 mL un volume $V_1 = 25,0\text{ mL}$ d’une solution aqueuse de bleu brillant de concentration molaire volumique $c_1 = 4,54 \times 10^{-6}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 1,00\text{ mL}$ d’une solution aqueuse d’hypochlorite de sodium ($\text{ClO}^-(aq) + \text{Na}^+(aq)$) de concentration molaire volumique $c_2 = 1,33 \times 10^{-2}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

- 2.1 Montrer que les conditions initiales utilisées vont permettre de déterminer la valeur de l’ordre partiel par rapport au bleu brillant (E133). Dans quelle situation cinétique se trouve-t-on ?
- 2.2 Montrer alors que la vitesse de réaction v peut se mettre sous une forme simplifiée. On notera k_{app} la constante apparente de vitesse.

3. Étude expérimentale

Les résultats de l’étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

t (min)	0	2,5	5	7,5	10	15
A	0,582	0,275	0,138	0,069	0,034	0,009

Absorbance A mesurée à divers instants t .

- 3.1 Montrer que si la réaction est d’ordre 1 par rapport au bleu brillant (E133), l’équation ci-dessous est vérifiée :

$$\ln \frac{A}{A_0} = -k_{app} \times t$$

où A et A_0 représentent respectivement les valeurs de l’absorbance à l’instant t et à l’instant initial $t = 0\text{ min}$. k_{app} est la constante apparente de vitesse de la réaction.

- 3.2 On admet que :

- si l’ordre $\alpha = 0$, alors $A = A_0 - k_{app}\varepsilon l \times t$,
- si l’ordre $\alpha = 2$, alors $\frac{1}{A} = \frac{1}{A_0} + \frac{k_{app}}{\varepsilon l} \times t$.

A partir des graphes fig.6, déterminer l’ordre partiel par rapport à E133 puis déterminer la valeur de k_{app} à 298 K .

4. Afin de déterminer l’ordre partiel β , supposé non nul, par rapport aux ions hypochlorite ClO^- , on réalise le même protocole expérimental que précédemment en utilisant toutefois une solution aqueuse d’hypochlorite de sodium ($\text{ClO}^-(aq) + \text{Na}^+(aq)$) de concentration molaire volumique $c_3 = 6,65 \times 10^{-3}\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Les résultats de l’étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau 6 ci-dessous.

t (min)	0	2,5	5	7,5	10	15
A	0,389	0,275	0,195	0,138	0,097	0,069

Absorbance A mesurée à divers instants t .

- 4.1 Montrer alors que ces nouvelles conditions initiales s’avèrent suffisantes pour déterminer la valeur de l’ordre partiel β par rapport aux ions hypochlorite.
- 4.2 En déduire la valeur de la constante de vitesse k de la réaction de décomposition du bleu brillant en présence d’ions hypochlorite.

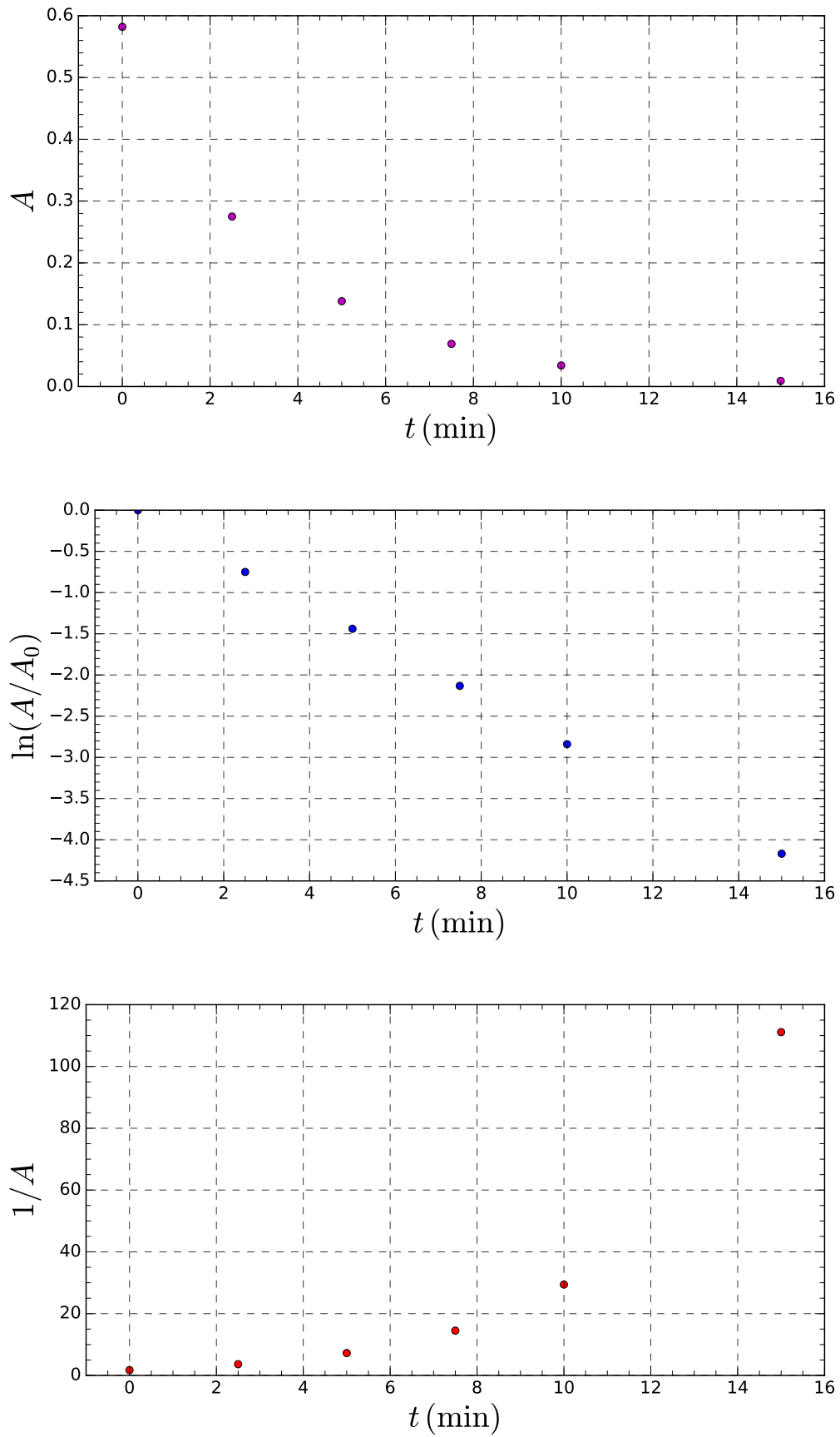


FIGURE 6 – Résultats expérimentaux

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE - Nom/Prénom :

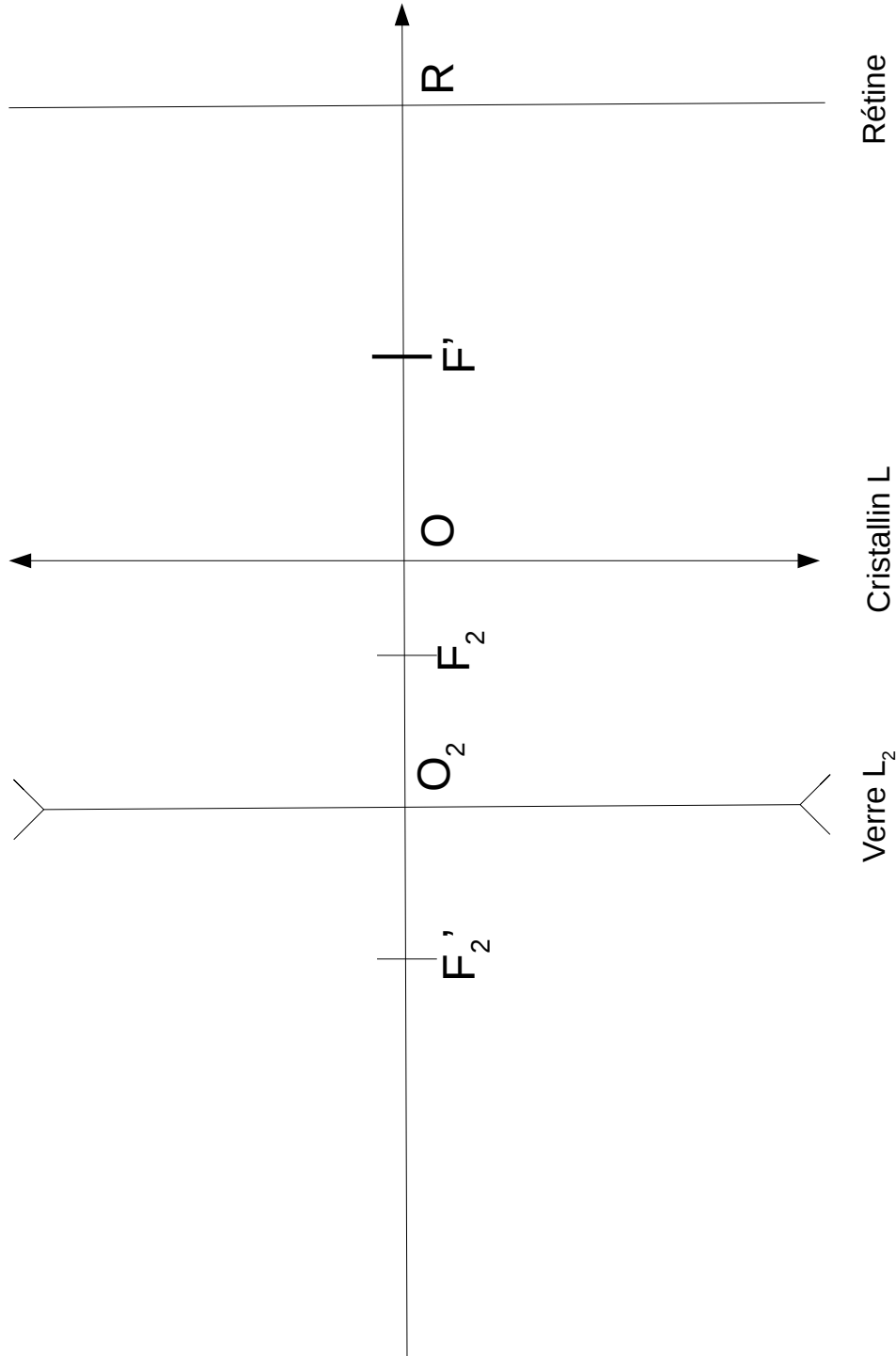


FIGURE 7 – Comment corriger la myopie. Le schéma n’est pas à l’échelle.