Devoir Surveillé 6 – Physique-Chimie

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

21.01.2019

Durée de l'épreuve : 3h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 6 pages + 1 annexe à rendre.

— *Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.*
— *Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.*
— *La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.*
— *Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n°page courante/nombre total de pages.*

Problème 1 – Structures cristallographiques du fer et de l'acier

Données :
— Numéro atomique du fer : $Z_{Fe} = 26$
— Masse molaire du fer : $M_{Fe} = 55{,}8\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$
— Masse molaire du carbone : $M_C = 12{,}0\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$
— Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6{,}02 \times 10^{23}$

1. **Le fer γ.**
A haute température le fer cristallise suivant le réseau cubique faces centrées (fer γ).

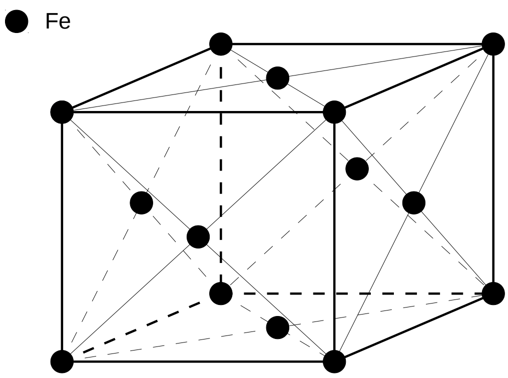


Figure 1 – Maille conventionnelle de fer γ

1.1 Combien y-a-t-il d'atomes de fer par maille ?

1.2 Dans le cadre du modèle des sphères dures, calculer la compacité de la structure.

1.3 Le rayon atomique du fer γ vaut $R_\gamma = 129\,\mathrm{pm}$. Calculer le paramètre de maille a_γ.

1.4 Évaluer la masse volumique du fer γ.

1.5 Rappeler la nature de la liaison métallique du fer qui assure sa cohésion ainsi que l'ordre de grandeur de l'énergie associée.

1.6 Sachant que la densité d'électrons libres du fer vaut $1{,}69 \times 10^{23}\,\mathrm{e^-/cm^3}$, déterminer le cation formé par le fer dans le réseau cristallin.

1.7 Écrire la configuration électronique de cet ion dans son état fondamental.

2. **L'austénite**
L'austénite est un acier riche en carbone. Le carbone est soluble dans le fer en phase liquide mais beaucoup moins en phase solide. Les atomes de carbone doivent alors s'insérer dans les sites octaédriques du cristal de fer. La rayon atomique du carbone vaut $R_C = 77\,\mathrm{pm}$.

2.1 Localiser et dénombrer les sites octaédriques dans la maille de fer γ.

2.2 Un atome de carbone peut-il se loger dans un site octaédrique sans expansion de la maille ?

2.3 Calculer le paramètre de maille a' de l'austénite.

2.4 Sachant qu'il y a 1,33 % de carbone en masse dans l'austénite, déterminer le nombre d'atomes de carbone en moyenne par maille.

2.5 Que vaut la masse volumique de l'acier ? Commenter

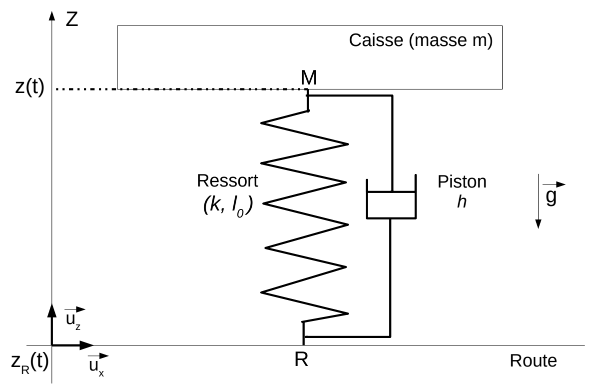
Problème 2 – Suspension automobile

La suspension automobile sert à améliorer le confort des passagers et la tenue de route. C'est le deuxième point qui est l'objet d'étude du problème : comment les suspensions peuvent filtrer les fréquences inconfortables pour les passagers (voir doc.1).

Le type de suspension considérée se composent d'un ressort qui assure la liaison entre les roues (masses non suspendues) et la caisse (masse suspendue), et d'un amortisseur, ici un piston hydraulique. On adopte un modèle quart de suspension (voir doc.2).

Document 2 – Modèle quart de suspension

Ce modèle considère que les quatre suspensions d'un voiture sont indépendantes. On peut donc restreindre l'étude à une seule d'entre elles.



Pour simplifier, la caisse et la roue sont assimilées à des points matériels M et R. On note $z(t)$ l'altitude de la caisse et $z_R(t)$ celle de la roue. Le ressort est caractérisé par sa constante de raideur k, sa longueur à vide l_0 et ne peut se déformer que verticalement L'amortisseur exerce une force $\vec{f} = -\alpha(\dot{z}(t) - \dot{z}_R(t))\vec{u}_z$ sur la caisse.

On suppose que le déplacement de la voiture se fait à vitesse horizontale $\vec{v}_1 = v_1\vec{u}_x$ constante et tel que la roue reste en contact permanent avec la route. Enfin, on se place dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}'$ en translation rectiligne à la vitesse $\vec{v_1}$ par rapport à la route.

Données numériques pour tout le problème $k = 1{,}0 \times 10^4\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$, $m = 300\,\mathrm{kg}$.

1. **Préliminaires**

1.1 Déterminer l'unité légale du coefficient de frottement α.

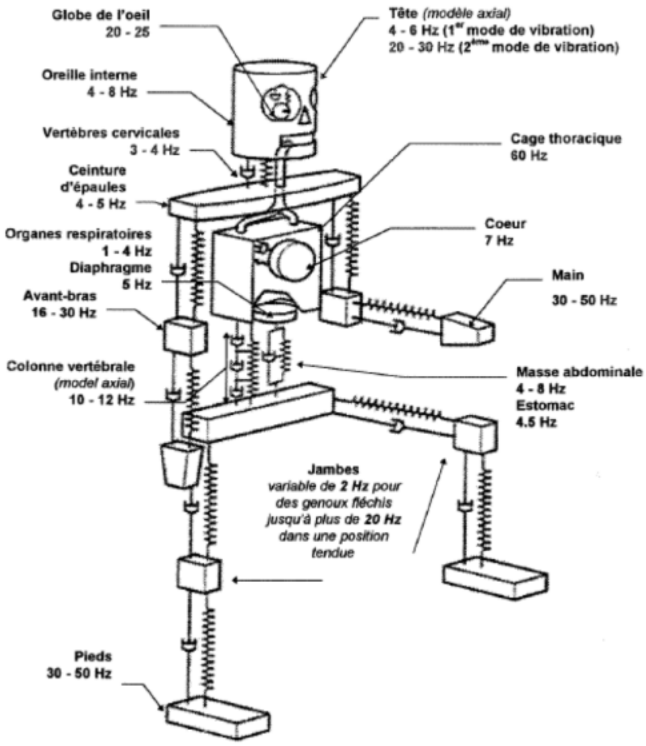
1.2 Justifier la valeur numérique choisie pour m.

1.3 Exprimer la force de rappel du ressort.

1.4 Exprimer la hauteur z_e de la caisse à l'équilibre.

Document 1 – Confort des passagers et biomécanique humaine (extrait de la thèse d'Aurore Létévé, *Étude de l'influence des suspensions de véhicule de tourisme sur le confort vibratoire, le comportement routier et les limites de fonctionnement : l'approche CRONE en matière de formalisation, d'analyse et de synthèse.*)

Le confort est une notion très étendue qui a pour but de préciser les propriétés de l'environnement qui interagissent avec les occupants sur le plan physiologique. Les vibrations mécaniques mettent en jeu une grande variété de phénomènes de transmission à travers le corps humain. En effet, ce dernier est un ensemble hétérogène d'organes, de tissus de soutien, et de structures osseuses qui transmettent des efforts issus de ces vibrations extérieures. Les tissus et organes se comportent comme des filtres qui amplifient ou atténuent ces vibrations selon les fréquences considérées. Les différentes masses corporelles peuvent donc être animées de déplacements relatifs dont l'apparition est fonction de la fréquence et de l'amplitude de la vibration. L'étude de la sensibilité humaine aux vibrations démontre que la bande de fréquences 0 à 100 Hz est très importante. Le corps humain, d'un point de vue biomécanique est modélisé par un ensemble de systèmes masse-ressort-amortisseur dont les caractéristiques sont non linéaires.



Pour certaines fréquences, les masses corporelles entrent en résonance. Par conséquent, mesurer les vibrations du plancher dans le poste de conduite n'est pas suffisant. Il faut aussi connaître les mouvements des masses corporelles. A l'étude mécanique doit donc s'ajouter une étude biomécanique. [...] L'oreille interne est particulièrement sensible aux vibrations périodiques de très basses fréquences (inférieures à 1 Hz). Une exposition directe de ce type peut occasionner une cinétose plus communément appelé : "mal des transports".

2. **Déplacement sur route plane horizontale.** Dans cette partie, la voiture roule à vitesse constante sur une route plane et horizontale si bien que $\forall t\,, z_R(t) = 0$. Dans cette partie, $\alpha = 1{,}0 \times 10^4$ SI.

   2.1 Écrire l'équation différentielle vérifiée par $Z(t) = z(t) - z_e$. On posera $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, $Q = \dfrac{m\omega_0}{\alpha}$.

   2.2 Calculer la pulsation propre, la fréquence propre, la période propre du système.

   2.3 Écrire l'expression générale de $Z(t)$. On posera $\Omega = \omega_0\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2} - 1}$ et $\tau = \dfrac{2Q}{\omega_0}$.

3. **Descente d'un trottoir.** On suppose que la voiture descend un trottoir de hauteur $h = 20\,\text{cm}$. Le choc sur la route à lieu à $t = 0$ (fig.2). Dans cette partie, $\alpha = 1{,}0 \times 10^4$ SI.

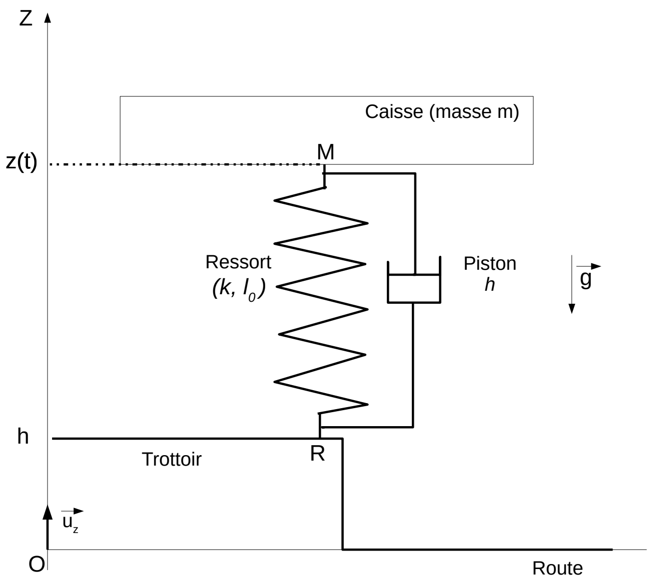


FIGURE 2 – La voiture est sur le trottoir à $t < 0$. Elle le descend et la roue R entre en contact avec la route à $t = 0$. L'altitude de la route vaut 0.

   3.1 En supposant que le choc sur la route, annule instantanément la vitesse de la roue, exprimer puis estimer numériquement la vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_z$ de la caisse dans le référentiel terrestre au moment du choc.

   3.2 Déterminer la réponse complète du système $Z(t)$ pour $t \geq 0$ en fonction v_0, Ω et τ.

   3.3 Représenter graphiquement l'allure de $Z(t)$ pour $t \geq 0$ en faisant apparaître clairement la limite en $t \mapsto \infty$.

   3.4 Montrer que la réponse du système peut s'écrire comme la somme des réponses de deux systèmes d'ordre 1 dont on donnera les expressions des temps de relaxation τ_1 et τ_2.

   3.5 Estimer alors le temps de réponse à 5 % de l'amortisseur.

4. **Effets des défauts de la route.** Dans cette partie, la route n'est plus plane. Le profil de la route est modélisé par la fonction $h(x) = h_0 \cos\left(\dfrac{2\pi x}{\lambda}\right)$ (fig.3). Dans cette partie α n'a pas de valeur a priori.

   4.1 Montrer que $\forall t\,, z_R(t) = h_m \cos(\omega t)$ où on exprimera h_m et ω en fonction de λ, v_1 et h_0. On supposera qu'à $t = 0$, l'abscisse du point M vaut 0.

   4.2 Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $Z(t) = z(t) - z_e$ s'écrit :

$$\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{Z} + \omega_0^2 Z = \frac{F_m(\omega)}{m}\cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

   avec $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, $Q = \dfrac{m\omega_0}{\alpha}$ et où on exprimera F_m et φ en fonction de ω, ω_0, Q et h_m.

   4.3 Proposer une expression générale pour la fonction $Z(t)$ en régime établi.

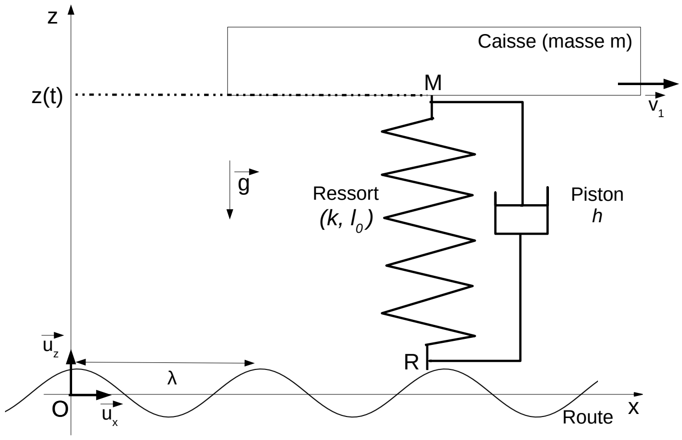


FIGURE 3 – Modélisation de la route

4.4 Exprimer l'amplitude Z_m de $Z(t)$ en fonction de ω, ω_0, Q, et $F_m(\omega)$.

4.5 On représente $G = 20\log(Z_m/h_0)$ en fonction de la fréquence ω (fig.4) pour différentes valeurs de α.

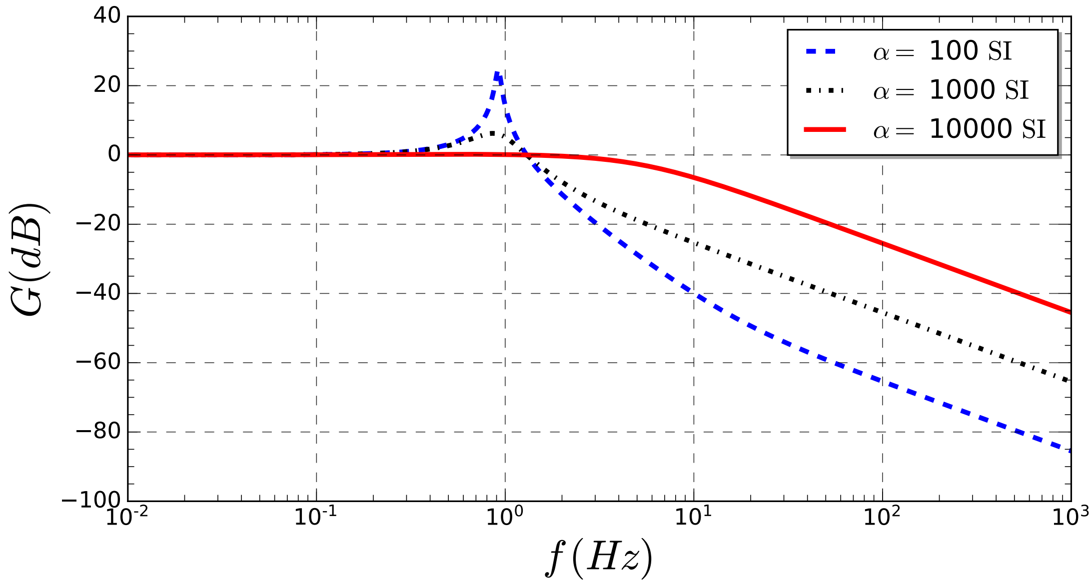


FIGURE 4 – Réponse de la suspension à une excitation harmonique de fréquence f.

4.5.1 Commenter les courbes.

4.5.2 Interpréter physiquement les limites hautes fréquences et basses fréquences.

4.5.3 Parmi les trois valeurs de h, laquelle assure le meilleur confort aux passagers ?

Problème 3 – Filtrage d'un bruit électronique

On considère le filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\omega\tau}$$

dont les diagrammes de Bode (fig.6) sont fournies en annexe à la dernière page de l'énoncé). **Cette annexe est à rendre**.

1. **Étude du filtre**

   1.1 Quelle est la nature du filtre ? Justifier.

   1.2 Faire figurer clairement le point correspondant à la fréquence de coupure f_c à $-3\,\mathrm{dB}$ sur la figure 6 et donner sa valeur.

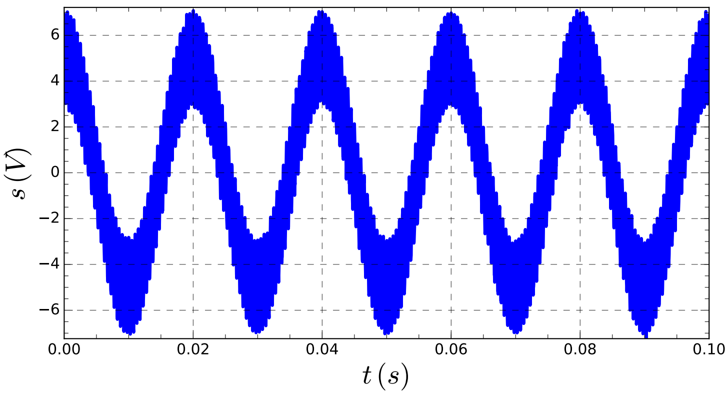
   1.3 En déduire la valeur de τ.

   1.4 Montrer que ce filtre se comporte à haute fréquence (condition qu'on explicitera) comme un filtre intégrateur. Illustrer graphiquement ce résultat sur le diagramme de Bode.

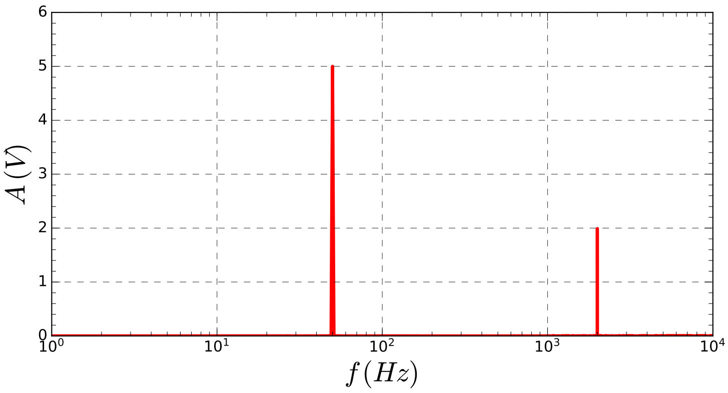
2. **Utilisation du filtre**

   On considère le signal $e(t)$ fig.5. On peut écrire $e(t)$ sous la forme $e(t) = u(t) + b(t)$ avec :

$$\begin{cases} u(t) = E\cos(2\pi f_u t), & f_u = 50\,\mathrm{Hz} \quad \text{signal utile} \\ b(t) & \quad\quad\quad\quad\quad\quad \text{bruit} \end{cases}$$



(a) Signal $e(t)$



(b) Spectre de $e(t)$

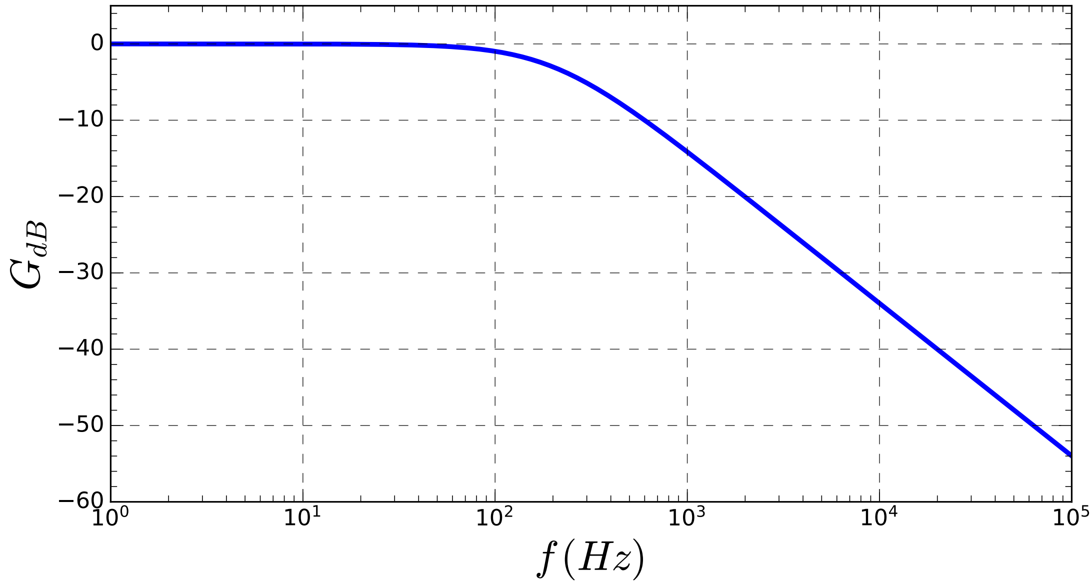
FIGURE 5 – Signal bruité

   2.1 On souhaite atténuer le bruit au moins d'un facteur 50 sans affecter le signal utile. Le filtre étudié précédemment est-il adapté ?

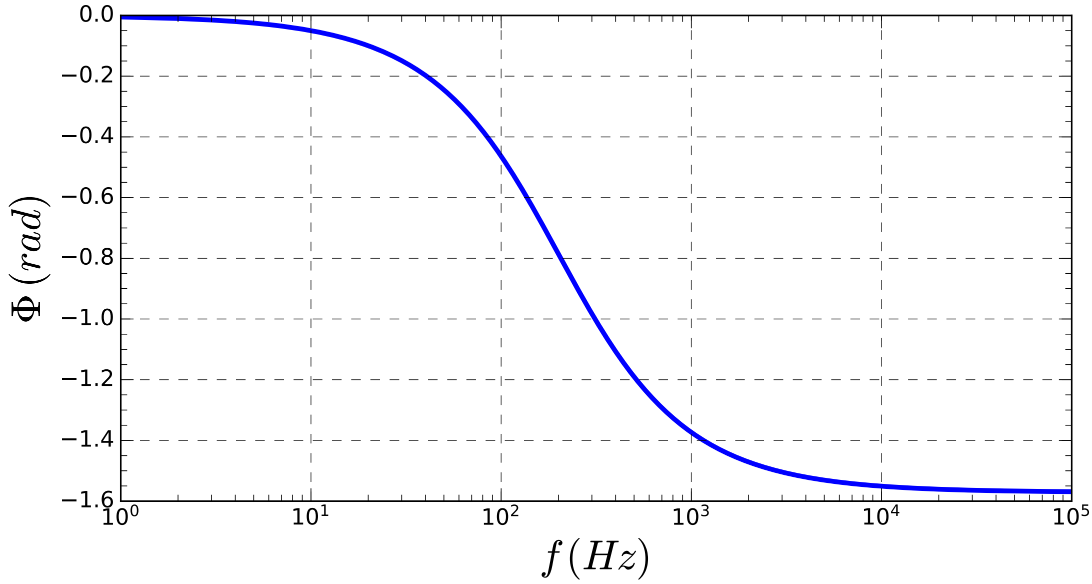
   2.2 Représenter alors le spectre du signal de sortie après filtrage puis l'allure du signal de sortie lui-même.

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

NOM :
PRÉNOM :



(a) Gain



(b) Phase

Figure 6 – Diagrammes de Bode