Devoir Surveillé 7 – Physique-Chimie

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

16.02.2019

Durée de l'épreuve : 2h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 4 pages.

— *Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.*
— *Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.*
— *La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.*
— *Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n°page courante/nombre total de pages.*

Problème 1 – Le pendule simple, est-ce aussi simple ?

1. **Chute libre.**
On considère un projectile ponctuel de masse m en chute libre. On repère la position du projectile par ses coordonnées x et y. Initialement, sa position est $M(x_0, y_0)$ et sa vitesse $\vec{v}_0$. On travaille dans la base cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ fixe par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire, supposé galiléen. On admet que la trajectoire du projectile est alors inscrite dans le plan (Oxy) (fig.1).

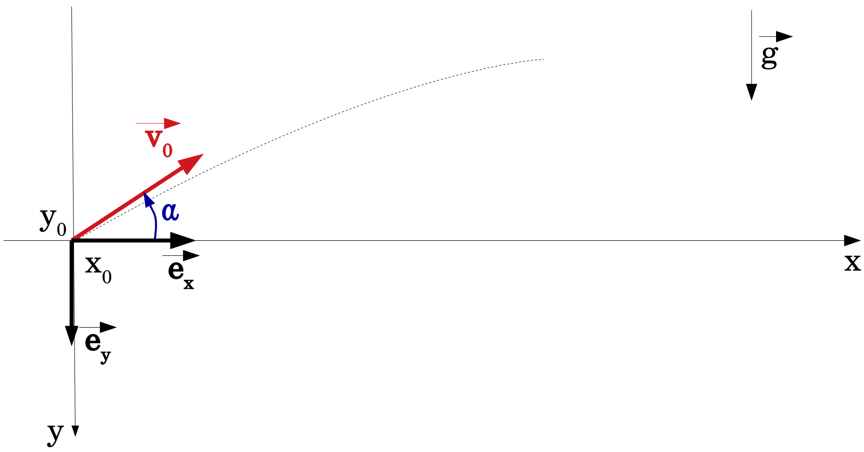


Figure 1 – Paramétrage du tir de projectile

1.1 Donner l'expression de $\vec{v}_0$ dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$.
1.2 Déterminer les équations différentielles vérifiée par x et y.
1.3 Déterminer l'équation $y(x)$ de la trajectoire du projectile en fonction des paramètres du problème.

2. **Le pendule simple**
On considère un pendule constitué d'un fil souple inextensible de longueur l dont l'une des extrémités est fixée en O au bâti, immobile dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire. A l'autre extrémité est attachée une masselotte ponctuelle M de masse m (fig.2). Initialement,le pendule est à l'équilibre en $\theta = 0$ et on lui communique une vitesse initiale $\vec{v}_i = v_i\vec{e}_x$ vers les x croissants. Dans ce cas, le mouvement de M est inscrit dans le plan (Oxy). On néglige les frottements.

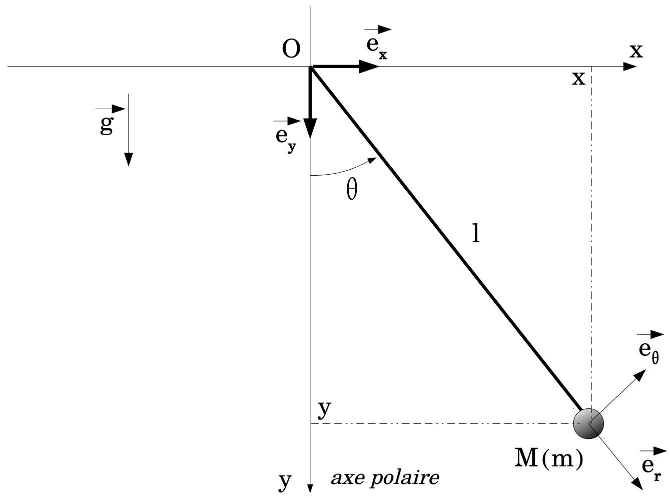


FIGURE 2 – Le pendule simple

2.1 **Préliminaires**

2.1.1 Exprimer les coordonnées x et y en fonction de θ.

2.1.2 Exprimer les vecteurs de base $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ en fonction de $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$.

2.1.3 Donner l'expression générale de la vitesse $\vec{v}$ du pendule dans la base $(\vec{e}_r,\ \vec{e}_\theta)$ lorsque le fil est tendu.

2.2 **Équations du mouvement - Régime d'oscillation**

2.2.1 Dresser l'inventaire des forces s'exerçant sur M et les exprimer dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$. On notera T la composante algébrique de la tension du fil suivant $\vec{e}_r$.

2.2.2 Écrire les deux équations différentielles vérifiées par θ. On posera $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$.

2.2.3 La résolution des équations du mouvement pour deux valeurs différentes $v_{i,1}$ et $v_{i,2}$ de la vitesse initiale conduit aux trajectoires de phase fig.3.

Comparer $v_{i,1}$ et $v_{i,2}$. Interpréter l'allure des trajectoires de phases à l'aide des équations du mouvement.

2.3 **Toujours un régime d'oscillation ?**

Dans cette partie, on cherche jusqu'à quelle amplitude θ_c le fil du pendule reste tendu puis on étudie le mouvement de la masselotte M dans le cas où cette amplitude est théoriquement dépassée. Avec les conditions initiales énoncées précédemment, on peut restreindre l'intervalle d'étude de θ à $[0, \pi]$.

2.3.1 A quelle condition sur la tension T le fil reste-t-il tendu ?

2.3.2 Proposer un minorant pour θ_c.

2.3.3 En intégrant une des équations du mouvement, montrer que :

$$\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \omega_0^2 \cos\theta = C$$

où C est une constante fonction des conditions initiales et $\omega_0^2 = \dfrac{g}{l}$.

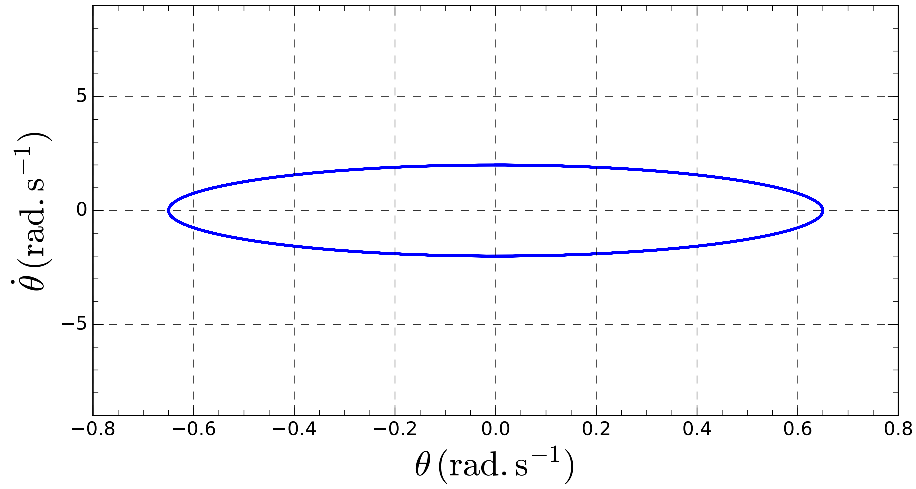
Quel est le sens physique de cette équation ?

2.3.4 Déterminer alors l'expression, en fonction de C et ω_0^2, de l'angle θ_c au delà duquel le fil n'est plus tendu.

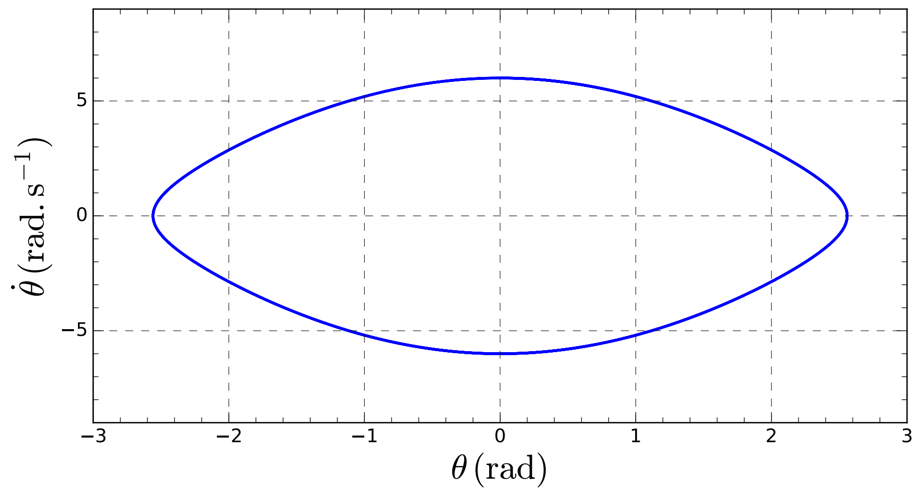
2.3.5 Quel est le mouvement du pendule après avoir atteint la position θ_c ? À l'aide des résultats de la partie 1 du problème, écrire alors l'équation cartésienne de sa trajectoire en fonction notamment de C (supposé >0) et θ_c.

2.3.6 A quelle condition cette deuxième phase du mouvement de M prend-elle fin ?

2.3.7 Qualitativement, quel est ensuite le mouvement du pendule ?



(a) $v_i = v_{i,1}$



(b) $v_i = v_{i,2}$

FIGURE 3 – Trajectoires de phase de la masselotte M

Problème 2 – Titrage de l'éthanol dans le vin : degré alcoolique

Document 1 – Principe, protocole et résultats du titrage

Principe. Le degré alcoolique d'un vin est le pourcentage volumique d'alcool mesuré à 20 °C. Pour déterminer le degré alcoolique d'un vin, il faut d'abord isoler l'alcool des autres composés du vin (acides, matières minérales, sucres,. . .) en réalisant une distillation. Cette méthode de séparation ne permet pas d'obtenir de l'éthanol pur mais un mélange eau-éthanol. La solution aqueuse d'éthanol obtenue est ensuite ajustée avec de l'eau distillée. On complétera à 100 mL pour simplifier les calculs. L'alcool est ensuite totalement oxydé en acide éthanoïque (ou acétique) par un excès de dichromate de potassium selon la réaction totale :

$$2Cr_2O_7^{2-}(aq) + 3CH_3CH_2OH(aq) + 16H^+(aq) = 4Cr^{3+}(aq) + 3CH3COOH(aq) + 11H_2O(l)$$

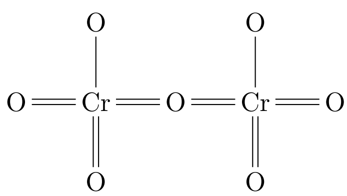
L'oxydant excédentaire est alors titré par une solution de sel de Mohr de formule suivant la réaction totale :

$$Cr_2O_7^{2-}(aq) + 6Fe^{2+}(aq) + 14H^+(aq) = 2Cr^{3+}(aq) + 6Fe^{3+} + 7H_2O(l)$$

Protocole et résultats. On prélève $V_v = 10{,}0\,\text{mL}$ de vin auxquels on ajoute environ 50 mL d'eau. On distille ce mélange et on recueille un volume de 42 mL de distillat. On admettra que le distillat contient tout l'éthanol du vin. On complète à 100 mL avec de l'eau distillée pour obtenir la solution S_1. Dans un erlenmeyer, on mélange un volume $V_0 = 10{,}0\,\text{mL}$ de la solution S_1 obtenue, un volume $V_1 = 20{,}0\,\text{mL}$ d'une solution de dichromate de potassium de concentration $C_1 = 0{,}100\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et environ 10 mL d'acide sulfurique concentré. On bouche l'erlenmeyer et on laisse réagir pendant environ 30 min. On obtient alors une solution S_2 verdâtre. On titre les ions dichromates en excès avec une solution de sel de Mohr de concentration $C_2 = 0{,}500\,\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ en ions Fe^{2+} . On repère le volume équivalent à l'aide d'un indicateur de fin de réaction et on note une valeur $V_2 = 7{,}6\,\text{mL}$.

On donne :
- masse volumique de l'éthanol pur : $\rho = 0{,}78\,\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$.
- masses molaires : $M_H = 1{,}0\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M_C = 12{,}0\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M_O = 16{,}0\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M_{Cr} = 52{,}0\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $M_{Fe} = 55{,}8\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.
- configuration électronique du chrome : Cr : $1s^2 2s^2 2^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$.

1. Recopier et compléter le modèle de Lewis proposé pour l'ion dichromate $Cr_2O_7^{2-}$.



2. Quel est le lien entre les quantités de matière n d'éthanol dans 10,0 mL de vin, n' d'éthanol dans les 42,0 mL de distillat et n'' d'éthanol dans les 10 mL de solution S_1 ?
3. Définir la notion d'équivalence d'un titrage.
4. Déterminer la quantité de matière de dichromate titrée par la solution de sel de Mohr.
5. En déduire la quantité de matière en éthanol présente dans le volume V_0 de la solution S_1.
6. En déduire le degré alcoolique du vin analysé.