



# DS 8 – PHYSIQUE-CHIMIE – CORRIGÉ

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

16.03.2019

## Problème 1 – Le pendule conique

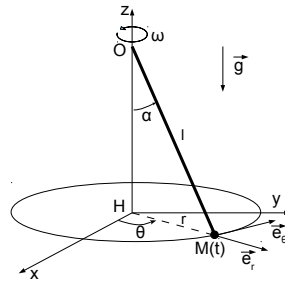


FIGURE 1 – Pendule conique

1. Montrons que la force centrifuge  $\vec{f}_e$  dérive d'une énergie potentielle.

$$\delta W(\vec{f}_e) = \vec{f}_e \cdot d\vec{l} = m\omega^2 r \cdot dr = -d\left(-\frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + K\right) = -dEp_e(r)$$

Donc la force centrifuge  $\vec{f}_e$  est conservative et dérive de l'énergie potentielle :

$$Ep_e(r) = -\frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + K$$

2. Les seules forces travaillant,  $\vec{P}$  et  $\vec{f}_e$  sont conservatives (la tension du fil est orthogonale à la trajectoire quelque qu'elle soit si  $l = \text{cste}$ ) donc le système est conservatif. Son énergie potentielle s'écrit :

$$Ep = Ep_e + Ep_p$$

$$Ep = mgz - \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + K$$

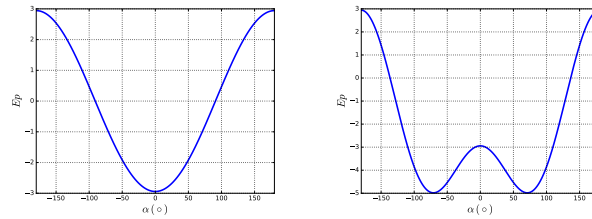
avec  $r = l \sin \alpha$  et  $z = -l \cos \alpha$  :

$$Ep = -mgl \cos \alpha - \frac{1}{2}m\omega^2 l^2 \sin^2 \alpha + K$$

avec  $Ep_0 = -mgl$  et  $\omega_0 = \frac{g}{l}$  :

$$Ep(\alpha) = Ep_0 \left( \cos \alpha + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \sin^2 \alpha \right)$$

3. Sur la figure 2 est représenté cette énergie potentielle pour différentes valeurs des paramètres du problème. Figure (a) :  $\alpha = 0$  est une position d'équilibre stable,  $\alpha = \pi$  est une position d'équilibre instable.



(a)  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $l = 30 \text{ cm}$ ,  $\omega = 1 \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$  (b)  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $l = 30 \text{ cm}$ ,  $\omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$

FIGURE 2 – Energie potentielle

Figure (b) :  $\theta = 0$  est une position d’équilibre instable,  $\alpha = \pi$  est une position d’équilibre instable. Il existe deux positions d’équilibre stables symétriques différentes de 0 (ici environ  $70^\circ$ )

A paramètres  $l$ ,  $g$ ,  $m$  fixés soit à pulsation  $\omega_0$  fixé, quand  $\omega$  augmente, les positions d’équilibre changent (lieu, stabilité).

*On se replace dans le cas général pour la suite.*

4. Existence de positions d’équilibre suivant la valeur de  $\omega$ .

Les positions d’équilibre vérifient :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial Ep}{\partial \alpha} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow Ep_0 \left( -\sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \times 2 \cos \alpha \sin \alpha \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow -Ep_0 \sin \alpha \left( -1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \times \cos \alpha \right) &= 0 \end{aligned}$$

Les solutions sont :

— dans tous les cas :

$$\sin \alpha = 0 \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 0[\pi]}$$

— si  $\omega > \omega_0$  :

$$\cos \alpha = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = \arccos \left( \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)}$$

5. Stabilité de ces positions suivant la valeur de  $\omega$ .

Calculons la dérivée seconde de l’énergie potentielle :

$$\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} = Ep_0 \left( -\cos \alpha + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \cos \alpha \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} = Ep_0 \left( -\cos \alpha + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (2 \cos^2 \alpha - 1) \right)}$$

—  $\alpha = 0$  :

$$\left( \frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} \right) = -Ep_0 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)$$

— si  $\omega < \omega_0$ ,  $\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} > 0$  : la position d’équilibre est stable.

— si  $\omega > \omega_0$ ,  $\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} < 0$  : la position d’équilibre est instable.

—  $\alpha = \pi$  :

$$\left( \frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} \right) = -Ep_0 \left( -1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) < 0$$

Cette position d’équilibre est toujours instable.

$$- \alpha = \arccos\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) \text{ (avec } \omega > \omega_0 \text{) :}$$

$$\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} = Ep_0 \left( -\cos \alpha + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \cos(2\alpha) \right)$$

$$\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} = Ep_0 \left( -\cos \alpha + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (2 \cos^2 \alpha - 1) \right)$$

$$\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} = Ep_0 \left( -\frac{\omega_0^2}{\omega^2} + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (2 \frac{\omega_0^4}{\omega^4} - 1) \right)$$

$$\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} = Ep_0 \left( \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)$$

Comme  $\omega > \omega_0$ ,  $\frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} > 0$  : la position d’équilibre est stable.

6. Initialement la tige est verticale. Lorsqu’on met en rotation la tige autour de la verticale, elle demeure verticale tant que  $\omega < \omega_0$  :  $\alpha = 0$  est une position d’équilibre stable. Lorsque  $\omega > \omega_0$ , cette position devient instable, la tige s’en écarte et se positionne en  $\alpha = \arccos(\frac{\omega_0^2}{\omega^2})$ . A partir de  $\omega = \omega_0$ , lorsque  $\omega$  croît, la position d’équilibre croît de 0 à  $\frac{\pi}{2}$  (cas limite où  $\omega \rightarrow \infty$ ). Physiquement, il y a compétition entre le poids de la tige qui tend à l’aligner avec la verticale et la force centrifuge qui tend à l’aligner avec l’horizontale.
7. On suppose  $\omega > \omega_0$  et on note  $\alpha_{eq}$  la position d’équilibre stable du système. Au voisinage de  $\alpha_{eq}$ , on peut écrire l’énergie potentielle à l’ordre 2 en  $\alpha - \alpha_{eq}$  :

$$Ep(\alpha) = Ep(\alpha_{eq}) + \left( \frac{\partial Ep}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\alpha_{eq}} (\alpha - \alpha_{eq}) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} \right)_{\alpha=\alpha_{eq}} (\alpha - \alpha_{eq})^2 + o((\alpha - \alpha_{eq})^2)$$

Par choix d’origine des potentiels, on peut prendre :  $Ep(\alpha_{eq}) = 0$ . Par définition  $\left( \frac{\partial Ep}{\partial \alpha} \right)_{\alpha=\alpha_{eq}} = 0$ . On

a vu que  $\left( \frac{\partial^2 Ep}{\partial \alpha^2} \right)_{\alpha=\alpha_{eq}} = -Ep_0 \left( \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)$  d’où :

$$Ep(\alpha) \approx -\frac{1}{2} Ep_0 \left( \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) (\alpha - \alpha_{eq})^2$$

On reconnaît l’énergie potentielle d’un oscillateur harmonique :  $Ep = \frac{1}{2} m \Omega^2 l^2 (\alpha - \alpha_{eq})^2$  avec :

$$\Omega = \sqrt{\frac{g}{l} \left( \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)}$$

$$\Omega = \omega_0 \sqrt{\left( \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)}$$

## Problème 2 – Accélérateur linéaire de Widerøe

### 1. Préliminaires

1.1 Énergie mécanique au point A :

$$Em_A = \frac{1}{2} m v_A^2 + e V_A$$

L’ion  $Cs^+$  n’est soumise qu’à la force électrique conservative donc son énergie mécanique se conserve.

1.2 La conservation de l’énergie mécanique impose :

$$E_m(B) = E_m(A)$$

$$\Leftrightarrow Ec_A + eV_A = Ec_B + eV_B$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta Ec = Ec_B - Ec_A = eU}$$

A.N. : pour  $U = 750 \text{ kV}$ ,  $\Delta Ec = 0,75 \text{ MeV}$

1.3 Vitesse au point  $B$ .

$$\boxed{v_B = \sqrt{v_A^2 + \frac{2eU}{m}}}$$

A.N. : pour  $U = 750 \text{ kV}$ ,  $v_B = 1,03 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

$v_B \ll c$  donc la théorie classique de la mécanique était bien applicable.

## 2. Étude de l’accélérateur.

2.1 Dans un tube, l’ion n’est soumis à aucune force. Le référentiel d’étude étant galiléen, d’après le principe d’inertie sa vitesse est constante :  $\vec{v} = c\vec{st}\vec{e}$ .

2.2 A  $t_0$ ,  $\boxed{U(t) = U_0 \sin \varphi_0}$ . Cette tension est accélératrice si elle est positive soit :

$$U_0 \sin \varphi_0 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\varphi_0 \in [0, \pi]}$$

2.3 Il faut que  $t_{n+1} - t_n = T$  pour que l’ion soit soumis à la même tension accélératrice dans deux zones adjacentes. Par récurrence, il est alors soumis à la même tension dans chacune des zones accélératrice ce qui est le fonctionnement recherché.

2.4 La tension  $U_n$  entre deux tubes adjacents est alors la même qu’entre les tubes  $L_0$  et  $L_1$  c’est-à-dire  $U_0 \sin \varphi_0$ . En effet :

$$\forall n, U_n = U_0 \sin(\omega t_n)$$

or  $\forall n, t_n = t_0 + nT$  donc :

$$\forall n, U_n = U_0 \sin(\omega t_0 + nT)$$

$$\forall n, U_n = U_0 \sin(\omega t_0)$$

$$\boxed{\forall n, U_n = U_0 \sin(\varphi_0)}$$

2.5 Chaque zone accélératrice est équivalente au condensateur de la question 1 avec  $U_{AB} = U_n = U_0 \sin \varphi_0$ . La particule entre dans le tube  $n$  après avoir traversé  $n$  zones accélératrice, on en déduit son énergie cinétique dans le tube  $n$  :

$$\boxed{E_{c,n} = \frac{1}{2}mv_0^2 + neU_0 \sin \varphi_0}$$

et sa vitesse  $v_n$  dans le tube  $n$  :

$$\boxed{v_n = \sqrt{v_0^2 + \frac{2neU_0 \sin \varphi_0}{m}}}$$

2.6 Longueur d’un tube. D’après la condition de synchronisation :

$$L_n = v_n T = T \sqrt{v_0^2 + \frac{2neU_0 \sin \varphi_0}{m}}$$

3. Applications numériques :

3.1  $L_0 = \frac{v_0}{f} = 5,13 \text{ cm.}$

3.2 On cherche le nombre  $N$  de tubes tel que  $E_{c,N} = 2E_{c,0} = mv_0^2 = 375 \text{ keV}$ . Comme  $E_{c,n} = \frac{1}{2}mv_0^2 + neU_0 \sin \varphi_0$ , le nombre de tubes pour au moins doubler l’énergie est donnée par :

$$N = E \left( \frac{mv_0^2}{2eU_0 \sin \varphi_0} \right) + 1 = 3$$

Donc il faut au moins 3 tubes pour doubler l’énergie cinétique initiale.

La longueur totale de l’accélérateur est alors environ égale à :

$$l = L_0 + L_1 + L_2 = \frac{v_0 + v_1 + v_2}{f} = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + \frac{2eU_0 \sin \varphi_0}{m}} + \sqrt{v_0^2 + \frac{4eU_0 \sin \varphi_0}{m}}}{f}.$$

A.N. :  $l = 18,5 \text{ cm.}$

3.3 Vitesse de l’ion en sortie de l’accélérateur :  $v_f = v_2 = 7,12 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Mécanique classique valable.

4. **Stabilité du synchronisme.** À paramètres  $m, L_n, U_0, v_0$  donnés, la condition de synchronisme n’est réalisée que si la particule entre exactement à l’instant  $t_0$ , à une période près.

4.1 La particule entre à  $\tau_0 \gtrsim t_0$  alors elle est accélérée initialement par la tension  $U_0 \sin(\omega\tau_0)$  :

- si  $\varphi_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$  alors  $\sin(\omega\tau_0) > \sin(\varphi_0)$  : la particule est plus accélérée que celle entrant à  $t_0$  donc la particule comble peu à peu son retard jusqu’à, éventuellement, se synchroniser sur la tension.
- si  $\varphi_0 \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$  alors  $\sin(\omega\tau_0) < \sin(\varphi_0)$  : la particule est moins accélérée que celle entrant à  $t_0$  donc son retard augmente.

4.2 La particule entre à  $\tau_0 \lesssim t_0$  alors elle est accélérée initialement par la tension  $U_0 \sin(\omega\tau_0)$  :

- si  $\varphi_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$  alors  $\sin(\omega\tau_0) < \sin(\varphi_0)$  : la particule est moins accélérée que celle entrant à  $t_0$  donc la particule perd peu à peu son avance jusqu’à, éventuellement, se synchroniser sur la tension.
- si  $\varphi_0 \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$  alors  $\sin(\omega\tau_0) > \sin(\varphi_0)$  : la particule est plus accélérée que celle entrant à  $t_0$  donc son avance augmente.

4.3 On en conclut que le mécanisme de synchronisation n’est stable que si  $\varphi_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

4.4 D’après l’analyse précédente, si l’on injecte à l’entrée de l’appareil un faisceau continu, les particules injectées pendant une même demi-période autour de  $t_0$  i.e telle que  $\varphi_0 \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  vont, si l’accélérateur est suffisamment long, se synchroniser et sortir en même temps. Les autres particules subiront des accélérations erratiques. On obtient en sortie des impulsions  $T$ -périodiques correspondant aux paquets de particules groupées sous l’effet de la synchronisation.

## Problème 3 – Une pile au lithium

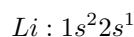
### 1. Le lithium et ses propriétés

#### 1.1 L’élément lithium

L’isotope le plus abondant (92,5%) sur terre est  ${}^7_3\text{Li}$ .

1.1.1 Le lithium  ${}^7_3\text{Li}$  est constitué de 3 protons et 4 neutrons. Sa masse molaire :  $M_{\text{Li}} \approx 7,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

1.1.2 Configuration électronique de l’atome de Lithium.



1.1.3 En perdant un électron, le lithium atomique forme l’ion lithium  $\text{Li}^+ : 1s^2$ , très stable car sa couche de valence (1s) est saturée.

1.1.4 Le lithium est un alcalin. C’est un très bon réducteur.

### 1.2 Structure cristalline

À une température ordinaire, le lithium cristallise dans un système cubique centré (fig.3) de paramètre de maille  $a = 0,35$  nm.

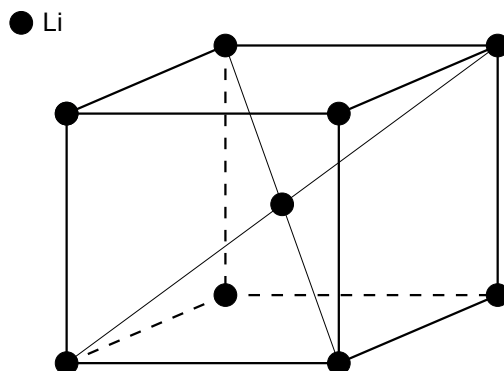


FIGURE 3 – Réseau cubique centré

Masse volumique :

$$\rho = \frac{2m_{Li}}{a^3}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\rho = \frac{2M_{Li}}{N_A a^3}}$$

A.N. :  $\rho = 542 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

## 2. Structure du chlorure de thionyle

Formule de Lewis pour le chlorure de thionyle  $SOCl_2$ .

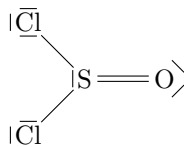
$S$  :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$  : 6 électrons de valence

$O$  :  $1s^2 2s^2 2p^4$  : 6 électrons de valence

$Cl$  :  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$  : 7 électrons de valence

Nombre total d’électrons de valence :  $N = 6 + 6 + 2 \times 7 = 26$

Doublets électroniques à placer sur la molécules :  $D = \frac{N}{2} = 13$



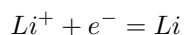
## 3. La pile au lithium

Une modélisation simple d’une pile au lithium est proposée ici. Une des électrodes est constituée de lithium  $Li(s)$ , l’autre est une électrode liquide qui joue en même temps le rôle d’électrolyte.

3.1 Schéma de la pile : fig.4. Le lithium étant un excellent réducteur, on peut légitimement supposer que la demi-pile  $Li(s)/Li^+$  est le siège de l’oxydation donc l’anode. La demi-pile  $SOCl_2/SO_2$  est donc la cathode.

### 3.2 Électrode de lithium

Formule de Nernst :



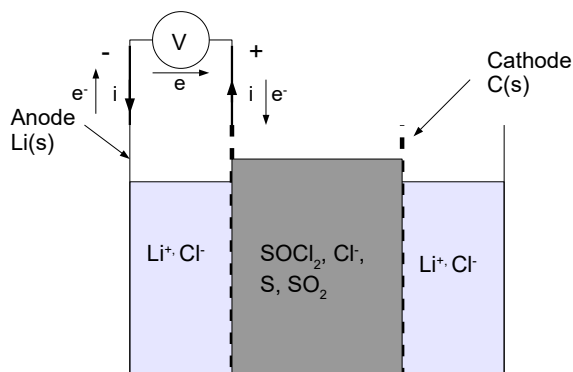


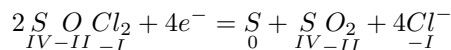
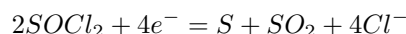
FIGURE 4 – Représentation schématique de la pile au lithium

$$E(Li^+ / Li) = E^0(Li^+ / Li) + 0,06 \log \left( \frac{[Li^+]}{c^o} \right)$$

A.N. : pour  $[Li^+] = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $E(Li^+ / Li) = -3,15 \text{ V}$

### 3.3 Électrode liquide au chlorure de thionyle (SOCl<sub>2</sub>)

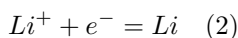
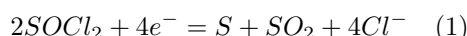
Elle est constituée d’une électrode de carbone poreux remplie de chlorure de thionyle. Ce dernier est à la fois le solvant et l’électrolyte. La demi-équation est :



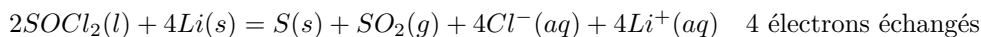
Le soufre subit une réduction donc l’électrode liquide est bien la cathode.

### 3.4 Bilan de la pile

3.4.1 Équation-bilan de la réaction de la pile. Combinaison linéaire des demi-équations électroniques :



(2) – 4(1) donne :



$$\text{Constante d'équilibre : } K = 10^4 \frac{E^0(SOCl_2/S) - E^0(Li^+/Li)}{0,06} \approx K = 10^4 \frac{E - E^0(Li^+/Li)}{0,06}$$

A.N. :  $K = 2,15 \times 10^{245}$  : la réaction est quasi-totale.

### 3.4.2 F.é.m de la pile.

$$e = E - E(Li^+ / Li)$$

A.N. :  $e = 3,8 \text{ V}$ . C’est plus élevé que la f.e.m. d’une pile alcaline (1,5 V).

### 3.4.3 Masse de l’électrode de lithium.

La capacité  $Q$  de la pile est donnée par :

$$Q = zN_A \xi_f e$$

avec  $z = 4$  le nombre d’électrons échangés dans l’équation-bilan,  $e$  la charge élémentaire et  $\xi_f$  l’avancement final de la réaction.

Si on suppose que le lithium métallique est en défaut alors :

$$n_{Li}^f = 0$$

$$\Leftrightarrow n_{Li}^i - 4\xi_f = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m_{Li}}{M_{Li}} = 4\xi_f$$

$$\Leftrightarrow m_{Li} = 4\xi_f M_{Li}$$

avec  $\xi_f = \frac{Q}{zN_A e}$  d’où :

$$m_{Li} = 4 \frac{Q}{zN_A e} M_{Li}$$

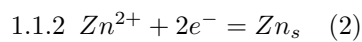
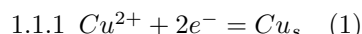
A.N. :  $m_{Li} = 58,9$  mg. Cohérent avec l’ordre de grandeur de la masse d’une pile bouton.

3.5 Il faut jeter les piles usagées dans un conteneur spécial en vue d’un traitement ultérieur.

## Problème 4 – Autour du laiton

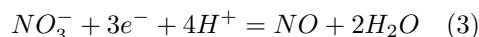
### 1. Oxydation du laiton

1.1 Demi-équations électroniques :



1.1.3  $\text{NO}_3^-/\text{NO}_g$  ?

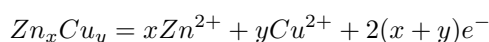
Nombres d’oxydation :  $\overset{+V}{N}\text{O}_3^-$  et  $\overset{+II}{N}\text{O}$  : donc il y a  $3 e^-$  échangés par atome d’azote :



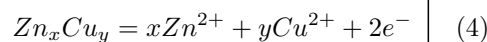
1.2 Réaction d’oxydation du laiton.

1.2.1 Demi-équation électronique d’oxydation d’une mole de laiton (solide)  $\text{Zn}_x\text{Cu}_y$  en  $\text{Zn}^{2+}$  et  $\text{Cu}^{2+}$ .

La combinaison linéaire  $-x \times (2) - y \times (1)$  donne :

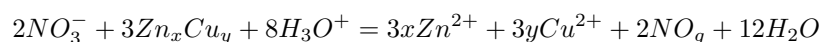


Or  $x + y = 1$  donc :



1.2.2 Equation bilan traduisant l’oxydation du laiton par les ions nitrates  $\text{NO}_3^-$ .

La combinaison linéaire  $2 \times (3) + 3 \times (4)$  donne :



1.3 Masse molaire  $M$  du laiton  $\text{Zn}_x\text{Cu}_y$ .

$$M = \frac{xM_{Cu} + yM_{Zn}}{x+y}$$

Or  $x + y = 1$  donc :

$$M = xM_{Cu} + (1-x)M_{Zn}$$



1.4 On considère que  $x = 0,5$  d'où  $y = 0,5$  et  $M = 64,468 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

1.4.1 Quantité de matière d'acide nitrique  $n_{NO_3^-}^0$  introduite dans le bécher. On note  $v = 5,00 \text{ mL}$ .

$HNO_3$  est un acide fort donc la réaction  $HNO_3 + H_2O = NO_3^- + H_3O^+$  est totale. On en déduit que :

$$n_{NO_3^-}^0 = n_{HNO_3}^0$$

or avec

$$n_{HNO_3}^0 = \frac{m_{HNO_3}^0}{M_{HNO_3}}$$

et avec

$$m_{HNO_3}^0 = 65\% \rho v$$

on trouve :

$$n_{NO_3^-}^0 = 65\% \frac{\rho v}{M_{HNO_3}}$$

A.N. :  $n_{NO_3^-}^0 = 7,22 \times 10^{-2} \text{ mol}$

1.4.2 Déterminons les concentrations molaires en  $Cu^{2+}$ ,  $Zn^{2+}$ ,  $NO_3^-$ ,  $H_3O^+$ . Pour cela on réalise un bilan de matière sur la réaction (totale d'après l'énoncé) :



Calculons les quantités de matières initiales :

—  $NO_3^-$  :  $n_{NO_3^-}^0 = 7,22 \times 10^{-2} \text{ mol}$  ;

—  $H_3O^+$  : comme  $HNO_3$  est un acide fort  $n_{H_3O^+}^0 = n_{HNO_3}^0$  (autoprotolyse de l'eau négligée) donc  $n_{H_3O^+}^0 = 7,22 \times 10^{-2} \text{ mol}$  ;

—  $Zn_xCu_y$  :

$$n_{Zn_xCu_y}^0 = \frac{m}{M} = 2,40 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

La réaction d'oxydation du laiton étant total, on cherche le réactif limitant (on  $\xi_f$  l'avancement final) :

— si ce sont les ions nitrates alors :

$$\xi_f = \xi_{f_1} = \frac{n_{NO_3^-}^0}{2} = 3,61 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

— si ce sont les ions oxonium alors :

$$\xi_f = \xi_{f_2} = \frac{n_{H_3O^+}^0}{8} = 9,03 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

— si c'est le laiton alors :

$$\xi_f = \xi_{f_3} = \frac{n_{Zn_xCu_y}^0}{3} = 8,00 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Comme  $\xi_{f_3} < \xi_{f_2} < \xi_{f_1}$ , l'avancement final est :

$$\xi_f = \xi_{f_3} = 8,00 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Reste à calculer les concentrations dans la solution de volume  $V = 500 \text{ mL}$  :

$$[Cu^{2+}] = \frac{n_{Cu^{2+}}^f}{V} = \frac{3}{2} \frac{\xi_f}{V}$$

$$\text{A.N. : } \underline{[Cu^{2+}] = 2,40 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

$$[Zn^{2+}] = \frac{n_{Zn^{2+}}^f}{V} = \frac{\frac{3}{2}\xi_f}{V}$$

$$\text{A.N. : } \underline{[Zn^{2+}] = 2,40 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

$$[NO_3^-] = \frac{n_{NO_3^-}^f}{V} = \frac{n_{NO_3^-}^0 - 2\xi_f}{V}$$

$$\text{A.N. : } \underline{[NO_3^-] = 1,12 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

$$[H_3O^+] = \frac{n_{H_3O^+}^f}{V} = \frac{n_{H_3O^+}^0 - 8\xi_f}{V}$$

$$\text{A.N. : } \underline{[NO_3^-] = 1,64 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

## 2. Composition du laiton

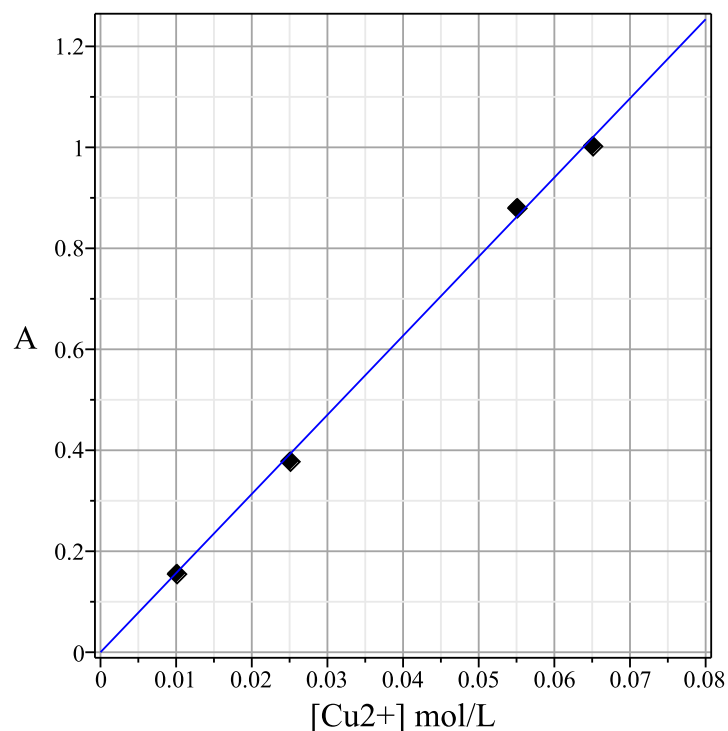


FIGURE 5 – Absorbance mesurée à  $\lambda_{max} = 811 \text{ nm}$  à  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  dans une solution d’acide nitrique

2.1 Equation  $A = f([Cu^{2+}])$  de la courbe d’étalonnage. La fonction est clairement linéaire :

$$A = k[Cu^{2+}]$$

avec

$$k = \frac{1,1 - 0}{0,07 - 0} \approx 15,71 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

2.2 L’absorbance de la solution obtenue lors de l’oxydation du laiton est  $A = 0,486$ . Déterminons le pourcentage massique  $\mathcal{P}_{Cu}$  de cuivre dans le laiton.

$$\mathcal{P}_{Cu} = \frac{m_{Cu}}{m}$$

avec

$$m_{Cu} = n_{Cu}M_{Cu} = n_{Cu^{2+}}M_{Cu}$$

avec

$$n_{Cu^{2+}} = [Cu^{2+}]V = \frac{A}{k}V$$

d'où :

$$\mathcal{P}_{Cu} = \frac{AM_{Cu}V}{km}$$

A.N. :  $\mathcal{P}_{Cu} = 63,46\%$

- 2.3 Calculons la valeur numérique de la formule du laiton  $Zn_xCu_y$ . Cela revient à rechercher le pourcentage molaire  $y$  en cuivre du laiton.

Pour une mole de laiton, on a  $n = x + y = 1$  mol soit  $y$  mole de cuivre et  $x$  mole de zinc. Or par définition :

$$y = \frac{n_{Cu}}{n} = \frac{m_{Cu}}{nM_{Cu}}$$

or  $m_{Cu} = m\mathcal{P}_{Cu}$  et  $n = \frac{m}{M}$  avec  $M = yM_{Cu} + (1 - y)M_{Zn}$  d'où :

$$y = \frac{m\mathcal{P}_{Cu}}{M_{Cu}} \times \frac{m}{yM_{Cu} + (1 - y)M_{Zn}}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{\mathcal{P}_{Cu}M_{Cu}}{M_{Cu} + \mathcal{P}_{Cu}(M_{Zn} - M_{Cu})}$$

A.N. :  $y = 64,1\%$  et  $x = 1 - y = 35,9\%$

Donc, aux incertitudes de mesures près, la formule statistique du laiton étudié est  $CuZn_2$ .