



DEVOIR SURVEILLÉ 8 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

16.03.2019

Durée de l'épreuve : 4h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 7 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n° page courante/nombre total de pages.

Problème 1 – Le pendule conique

Soit un pendule constitué d'une masselotte de masse m , modélisée par un point matériel M , et d'une tige rigide de longueur l et de masse qu'on négligera. La tige est liée en O à un bâti, fixe dans le référentiel du laboratoire, par une liaison rotule. On met en rotation la tige autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire constante ω (fig.1). On étudie la possibilité que la tige s'écarte de la verticale, formant un angle $\alpha \in [0, \pi]$ avec l'axe Oz .

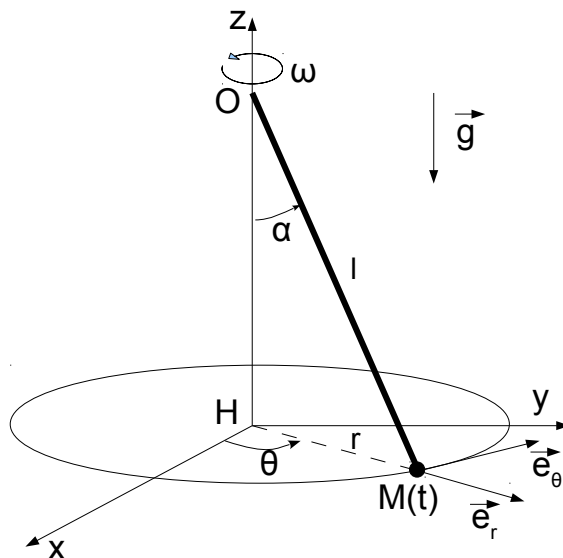


FIGURE 1 – Pendule conique

On se place dans le référentiel tournant autour de Oz avec la tige. Ce référentiel est non galiléen, aussi, il faut ajouter aux vraies forces, une pseudo-force, dite centrifuge, d'expression $\vec{f}_e = mr\omega^2\vec{e}_r$, avec $r = HM$. On néglige tout frottement.

1. Montrer que la force centrifuge \vec{f}_e dérive d'une énergie potentielle dont on déterminera l'expression.

- Montrer alors que le système est conservatif et écrire, à une constante K près, l’énergie potentielle totale $E_p(\alpha)$ en fonction de α . On posera $E_{p0} = -mgl < 0$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$.
- Sur la figure 2 est représentée cette énergie potentielle pour différentes valeurs des paramètres du problème. Commenter.

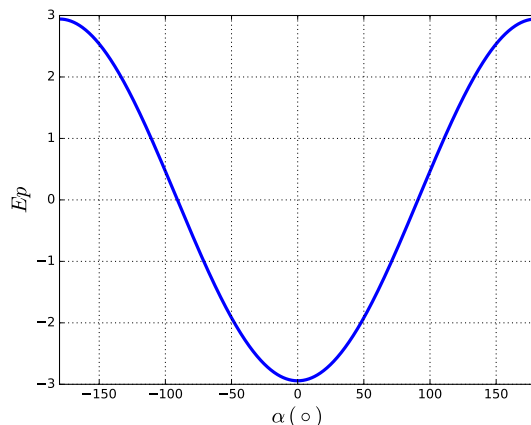
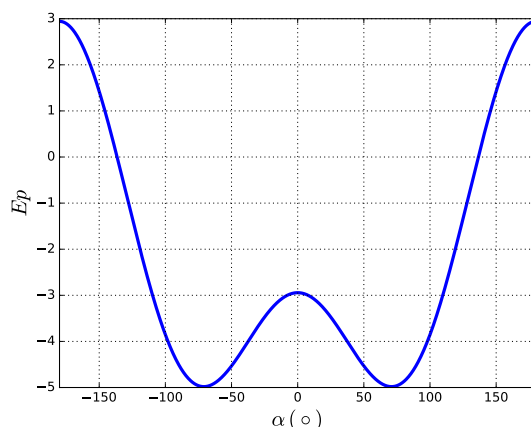
(a) $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $l = 30 \text{ cm}$, $\omega = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $m = 1 \text{ kg}$ (b) $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $l = 30 \text{ cm}$, $\omega = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $m = 1 \text{ kg}$

FIGURE 2 – Pendule conique

On se replace dans le cas général pour la suite.

- Discuter l’existence de positions d’équilibre suivant la valeur de ω .
- Discuter la stabilité de ces positions suivant la valeur de ω .
- Décrire alors le phénomène qui se produit lorsqu’on augmente progressivement la vitesse de rotation ω du pendule initialement vertical. Interpréter physiquement.
- On suppose $\omega > \omega_0$ et on note α_{eq} la position d’équilibre stable du système. Montrer qu’au voisinage de α_{eq} , le système se comporte comme un oscillateur harmonique dont on exprimera la pulsation propre Ω .

Problème 2 – Accélérateur linéaire de Widerøe

Dans ce problème, on s’intéresse à l’accélération linéaire d’une particule chargée. *Toute l’étude est réalisée dans le cadre de la mécanique newtonienne et dans le référentiel de l’accélérateur supposé galiléen.*

Données :

- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,
- charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$,
- masse du proton : $m_p = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$,
- électron-Volt : $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

1. **Préliminaires.** Soit un ion $^{137}\text{Cs}^+$ (de masse $m = 137m_p$) soumis à une différence de potentiel $U = V_A - V_B$. Au point A sa vitesse vaut $v_A\vec{e}_x$, au point B , on la note $v_B\vec{e}_x$ (fig.3).

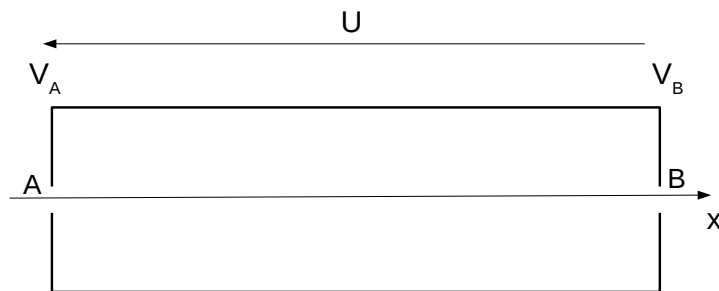


FIGURE 3 – Accélération entre les deux armatures d’un condensateur

- 1.1 Exprimer l’énergie mécanique de la particule au point A . Que dire de la valeur de l’énergie mécanique au cours du mouvement ?
 - 1.2 Déterminer le gain d’énergie cinétique de la particule au point B . Application numérique en MeV ($1 \text{ MeV} = 1 \times 10^6 \text{ eV}$) pour $U = 750 \text{ kV}$.
 - 1.3 Déterminer la vitesse v_B de l’ion en supposant $v_A \approx 0$ et $U = 750 \text{ kV}$. Application numérique. Le modèle de la mécanique classique était-il valable ?
2. **Accélérateur de Widerøe.** On peut obtenir des accélérations importantes de particules chargées en utilisant un champ électrique alternatif (donc une tension alternative) au moyen du dispositif représenté sur la figure 4, connu sous le nom d’appareil de Widerøe.

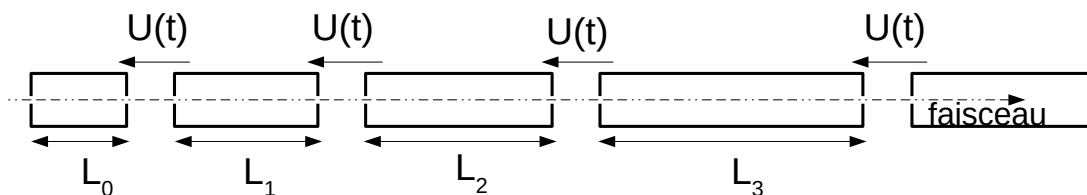


FIGURE 4 – Accélérateur de Widerøe

La tension $U(t) = U_0 \sin \omega t$, $U_0 > 0$, est cette fois appliquée entre des tubes de glissement, boîtes complètement fermées, à l’exception de deux petits trous percés à leurs extrémités et permettant de laisser passer le faisceau de particules. L’idée est d’accélérer les particules lorsqu’elles passent d’un tube à l’autre. A l’intérieur des tubes les particules ne sont soumises à aucune force. Les distances entre les tubes sont négligeables.

L’ion Cs^+ sort à l’instant t_0 avec une vitesse v_0 du tube $n = 0$ (longueur L_0). On note $\varphi_0 = \omega t_0$.

- 2.1 Que dire de la vitesse de l’ion à l’intérieur d’un tube ?
- 2.2 Exprimer la valeur de la tension entre les tubes 0 et 1 à t_0 en fonction de φ_0 et U_0 . A quelle condition est-elle accélératrice ? On suppose cette condition vérifiée par la suite.
- 2.3 On note L_n la longueur du tube n , $n \geq 0$, v_n la vitesse de l’ion à l’intérieur de ce tube, et t_n l’instant auquel elle y entre. Expliquer qualitativement pourquoi l’accélérateur doit satisfaire la condition de synchronisme :

$$t_{n+1} - t_n = \frac{2\pi}{\omega} = T$$

- 2.4 A quelle tension U_n est alors soumis l’ion entre deux tubes adjacents quelconques ?
- 2.5 Exprimer l’énergie cinétique $E_{c,n}$ puis la vitesse v_n de la particule en fonction de v_0 , m , e , U_0 , φ_0 et n .

2.6 Exprimer alors la longueur L_n du tube n nécessaire à la satisfaction de la condition de synchronisme en fonction de $n, U_0, \varphi_0, \omega, v_0, e$ et m .

3. Applications numériques :

3.1 Calculer la longueur du premier tube pour des ions $^{137}\text{Cs}^+$, en prenant pour vitesse d’injection $v_0 = 5,14 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et une fréquence $f = 10 \text{ MHz}$.

3.2 Pour $U_0 = 100 \text{ kV}$, $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$, calculer la valeur numérique de cette énergie (en eV) ainsi que l’ordre de grandeur de la longueur totale de l’accélérateur pour atteindre une énergie double de l’énergie d’injection.

3.3 Pour les même données que précédemment, calculer la valeur de la vitesse de l’ion en sortie de l’accélérateur. Commenter.

φ_0 et U_0 reprennent des valeurs quelconques dans la suite.

4. **Stabilité du synchronisme.** À paramètres m, L_n, U_0, v_0 donnés, la condition de synchronisme n’est réalisée que si la particule entre exactement à l’instant t_0 , à une période près.

4.1 Étudier qualitativement l’accélération d’une particule entrant avec la même vitesse v_0 , mais légèrement en retard, à un instant τ_0 très légèrement postérieur à t_0 . Aura-t-elle tendance à combler son retard? On discutera suivant la valeur de φ_0 .

4.2 Étudier de même le cas d’une particule arrivant légèrement en avance.

4.3 Que peut-on en conclure quant à la stabilité du mécanisme de synchronisme? Quelle valeur de φ_0 choisir?

4.4 Si l’on injecte à l’entrée de l’appareil un faisceau continu, qu’observera-t-on, qualitativement, à la sortie?

Problème 3 – Une pile au lithium

De nombreux appareils embarqués portables fonctionnent avec des piles au lithium. Elles peuvent être de forme bouton ou cylindriques. Nous cherchons à comprendre l’intérêt du choix du lithium dans leur conception.

1. Le lithium et ses propriétés

1.1 L’élément lithium

L’isotope le plus abondant (92,5%) sur terre est ${}^7_3\text{Li}$.

1.1.1 Donner la composition d’un atome de lithium et donner un ordre de grandeur de la masse molaire atomique du lithium.

1.1.2 Donner sa configuration électronique.

1.1.3 Quel ion stable peut-il former? Justifier.

1.1.4 A quelle famille le lithium appartient-il? Est-il réducteur ou oxydant?

1.2 Structure cristalline

À une température ordinaire, le lithium cristallise dans un système cubique centré (fig.5) de paramètre de maille $a = 0,35 \text{ nm}$.

Déterminer la masse volumique du lithium.

2. Structure du chlorure de thionyle

On donne les numéros atomiques suivants : $Z(\text{O}) = 8$; $Z(\text{Cl}) = 17$; $Z(\text{S}) = 16$.

Proposer une formule de Lewis pour le chlorure de thionyle SOCl_2 ; l’atome de soufre étant central et hypervalent.

3. La pile au lithium

Une modélisation simple d’une pile au lithium est proposée ici. Une des électrodes est constituée de lithium $\text{Li}(s)/\text{Li}^+$, l’autre est une électrode mettant en jeu le couple $\text{SOCl}_2/\text{SO}_2$ et qui joue en même temps le rôle d’électrolyte.

3.1 Représenter schématiquement de la pile en précisant bien la nature de chaque électrode et la polarité de la pile, le sens du courant et le sens de déplacement des électrons.

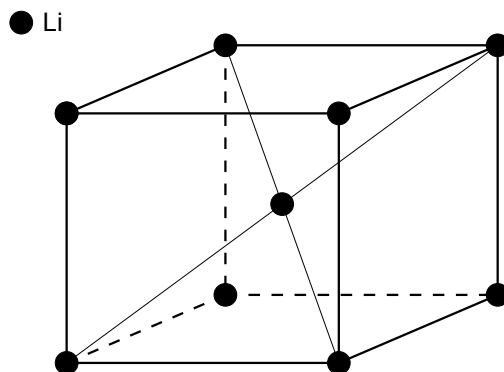


FIGURE 5 – Réseau cubique centré

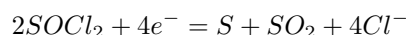
3.2 Électrode de lithium

À 25°C, on donne $\frac{RT}{F} \ln 10 \approx 0,06 \text{ V}$ et $E^\circ(\text{Li}^+/\text{Li}) = -3,03 \text{ V}$.

Exprimer le potentiel de cette électrode noté E_{Li} en présence d’ions Li^+ et faire l’application numérique pour une concentration $[\text{Li}^+] = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

3.3 Électrode liquide au chlorure de thionyle (SOCl_2)

Elle est constituée d’une électrode de carbone poreux remplie de chlorure de thionyle. Ce dernier est à la fois le solvant et l’électrolyte. La demi-équation est :



Déterminer les nombres d’oxydation des différents éléments dans les 4 composés de la demi-équation précédente sachant que l’élément chlore ne change pas de nombre d’oxydation.

Une mesure du potentiel d’oxydoréduction donne $E = 0,65 \text{ V}$ par rapport l’électrode standard à hydrogène.

3.4 Bilan de la pile

3.4.1 Écrire l’équation bilan qui traduit le fonctionnement de cette pile. Calculer la constante d’équilibre de la réaction en prenant $E^\circ(\text{SOCl}_2/\text{S}) \sim E$. Commenter.

3.4.2 Exprimer la f.é.m de cette pile en fonction de E et E_{Li} . La calculer numériquement. Que pensez-vous de la valeur trouvée par rapport aux valeurs connues pour une pile alcaline classique ?

3.4.3 Sachant que la capacité de la pile vaut $225 \text{ mA} \cdot \text{h}$ et en supposant que le lithium métallique est en défaut, déterminer la masse de l’électrode de lithium dans la pile.

3.5 Le lithium réagissant vivement avec l’eau et le chlorure de thionyle présentant également des risques, quel conseil peut-on donner à un utilisateur ayant une pile usagée ?

Problème 4 – Autour du laiton

Le laiton est alliage de cuivre et de zinc noté Zn_xCu_y (avec $x + y = 1$). Très facile à usiner, il est utilisé pour la fabrication d’instruments de précision, d’instruments de musique, de robinetterie, de serrurerie.

Données générales :

— Masse molaire de Zn : $65,390 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

— Masse molaire de Cu : $63,546 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

— L’activité de toutes les espèces solides est égale à 1.

— Les espèces solides sont notées A_s , les espèces gazeuses sont notées A_g , les espèces en solutions aqueuse sont notées A .

Afin de déterminer la composition du laiton, on l’oxyde par de l’acide nitrique. Cette oxydation conduit à la formation d’une solution contenant des ions Cu^{2+} et Zn^{2+} . Le dosage du cuivre ionique et du zinc ionique présents dans la solution permet alors de déterminer la composition du laiton.

1. Oxydation du laiton

Données :

- Les équations bilan des réactions d’oxydo-réduction en phase aqueuse seront écrites en faisant intervenir exclusivement H_2O et H^+ .
- $E^0(Cu^{2+}/Cu_s) = 0,35\text{ V}$, $E^0(Zn^{2+}/Zn_s) = -0,76\text{ V}$, $E^0(NO_3^-/NO_g) = 0,96\text{ V}$.
- Masse volumique à 25°C de la solution d’acide nitrique à 65% massique : $\rho = 1,40\text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$.
- La réaction d’oxydation du laiton par l’acide nitrique est considérée comme totale.
- L’acide nitrique (H^+ , NO_3^-) est un acide fort.
- Masse molaire de l’acide nitrique : $63,013\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

1.1 Écrire les demi-équations électroniques des couples :

1.1.1 Cu^{2+}/Cu_s

1.1.2 Zn^{2+}/Zn_s

1.1.3 NO_3^-/NO_g

1.2 Réaction d’oxydation du laiton.

1.2.1 Ecrire la demi-équation électronique d’oxydation d’une mole de laiton (solide) Zn_xCu_y en Zn^{2+} et Cu^{2+} .

1.2.2 Dédurre de la question précédente l’équation bilan traduisant l’oxydation du laiton par les ions nitrates NO_3^- .

1.3 Donner l’expression littérale, en fonction de x , de la masse molaire M du laiton Zn_xCu_y .

1.4 On verse, à 25°C , 5,00 mL de solution d’acide nitrique à 65% massique dans un bécher contenant $m = 1,5484\text{ g}$ de laiton. Après réaction, on introduit lentement la solution dans une fiole jaugée de volume $V = 0,500\text{ L}$ contenant de l’eau, puis, on ajuste le trait de jauge avec de l’eau. Lors de cette expérience, on observe un dégagement gazeux de monoxyde d’azote NO qui s’oxyde en NO_2 au contact de l’air. Pour les calculs, on considérera $x = 0,5$ dans la formule Zn_xCu_y .

1.4.1 Calculer la quantité de matière d’acide nitrique introduite dans le bécher.

1.4.2 Pour la solution contenue dans la fiole, donner les expressions littérales et les valeurs numériques des concentrations molaires en Cu^{2+} , Zn^{2+} , NO_3^- , H_3O^+ .

2. Composition du laiton

Pour déterminer la composition du laiton, le cuivre présent dans la solution lors de l’oxydation d’une masse $m = 1,5484\text{ g}$ de laiton (opération décrite à la question 1.4) est dosé par spectrophotométrie visible en mesurant l’absorbance A de la solution. Pour ce dosage, la droite d’étalonnage $A = f(Cu^{2+})$ est donnée fig.6.

2.1 Déterminer l’équation $A = f([Cu^{2+}])$ de la courbe d’étalonnage.

2.2 L’absorbance de la solution obtenue lors de l’oxydation du laiton est $A = 0,486$. En déduire le pourcentage massique de cuivre dans le laiton.

2.3 Calculer la valeur numérique de la formule du laiton Zn_xCu_y oxydé dans cette partie.

 FIN DE L’ENONCE

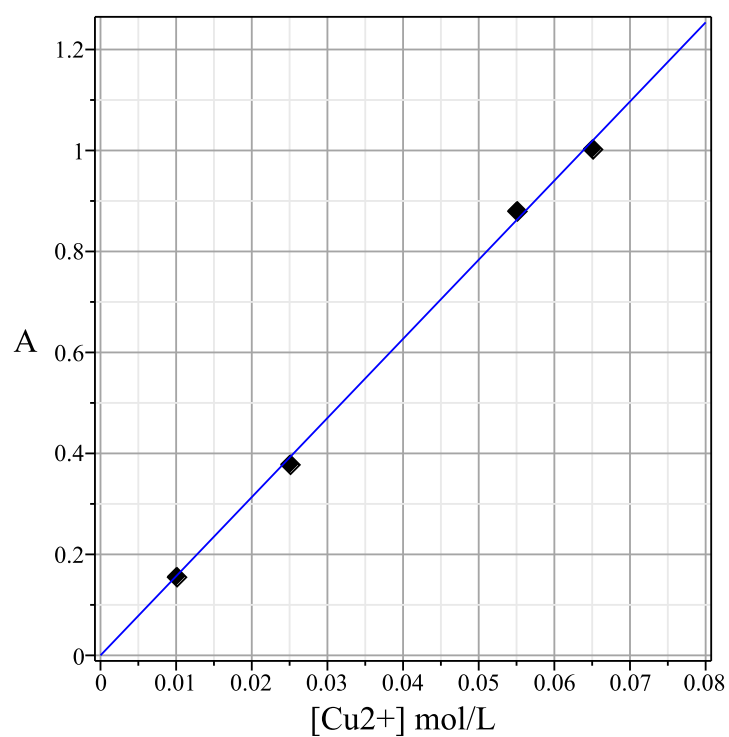


FIGURE 6 – Absorbance mesurée à $\lambda_{max} = 811 \text{ nm}$ à 25°C dans une solution d'acide nitrique