

Chapitre 4

Textes mathématiques

Les formules mathématiques composées avec \LaTeX sont de trois types :

- des formules écrites dans une ligne de texte :

Montrez que, pour tout $a > 0$, on a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+h} - \sqrt{a}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{a}}$.

- des formules centrées non numérotées :

Montrez que, pour tout $a > 0$, on a

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+h} - \sqrt{a}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

- des formules centrées numérotées :

Montrez que, pour tout $a > 0$, on a :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+h} - \sqrt{a}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \tag{4.1}$$

À ces trois environnements du mode mathématique viennent s'ajouter différents environnements (équations successives, théorèmes, ...) que nous étudierons en détail dans ce chapitre.

4.1 Environnements de base

4.1.1 L'environnement *math*

Cet environnement est utilisé pour les symboles ou formules mathématiques, écrites dans une ligne de texte standard. On se place dans cet environnement en tapant l'une des lignes de commandes suivantes :

`\begin{math}équation\end{math}`

ou

`$équation$`

ou

`\(équation\)`

On utilise généralement la notation $\$$.

Il peut arriver que certaines expressions mathématiques composées dans cet environnement soient coupées en fin de ligne et reprises en début de ligne suivante (pour la saisie de formules mathématiques, voir section suivante). L'insertion d'une ligne blanche produit une erreur de compilation¹.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

Ce problème peut être corrigé en créant – à l'aide de la commande `\mbox` – une « boîte » insécable autour de la formule concernée.

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.

4.1.2 Espacement

Dans un environnement mathématique, les espaces introduits dans le code d'une expression ne sont pas interprétés. Ils peuvent cependant s'avérer utiles pour améliorer la lisibilité du code source. Malgré tout, on peut souhaiter rapprocher ou éloigner certaines parties d'une expression mathématique. Les principales commandes d'espacement sont les suivantes.

<code>\,</code>	petite espace	<code>\,a\,b</code>	$a b$
<code>\:</code>	moyenne espace	<code>\:a\:b</code>	$a b$
<code>\;</code>	grande espace	<code>\;a\;b</code>	$a b$
<code>_</code>	espace normale	<code>_a_b</code>	$a b$
<code>\quad</code>	espace de la taille du corps des caractères	<code>\quad a \quad b</code>	$a b$
<code>\qquad</code>	espace double de <code>\quad</code>	<code>\qquad a \qquad b</code>	$a b$

Les formules écrites dans l'environnement *math* sont ajustées en hauteur par rapport à la ligne de texte. On peut les afficher telles qu'elles seraient produites dans les environnements *displaymath* ou *equation* par l'intermédiaire de la commande `\displaystyle`, mais, dans ce cas, l'interligne en sera modifiée.

Nous avons $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

¹Il en va de même pour les autres environnements mathématiques.

4.1.3 L'environnement *displaymath*

Il est utilisé pour écrire des formules mathématiques centrées². On se place dans cet environnement en tapant l'une ou l'autre des lignes de commandes suivantes :

```
\begin{displaymath}équation\end{displaymath}
ou
$$équation$$
ou
\[équation\]
```

On utilise souvent la notation `$$` pour écrire une expression dans cet environnement.

4.1.4 L'environnement *equation*

Il est utilisé pour écrire des formules mathématiques centrées et numérotées (à droite). Dans cet environnement une équation est saisie en tapant la suite de commandes

```
\begin{equation}équation\end{equation}
```

La référence à une formule particulière est obtenue en utilisant conjointement les commandes `\label` et `\ref`.

Pour tous $a > 0$ et $b > 0$,	Pour tous $a > 0$ et $b > 0$,
$\ln(ab) = \ln a + \ln b.$ (4.2)	<code>\begin{equation}</code>
	<code>\label{propriete1}</code>
	<code>\ln(ab)=\ln a+\ln b.</code>
	<code>\end{equation}</code>
Dans le cas particulier où $a = b$, la relation 4.2 amène $\ln(a^2) = 2 \ln a$.	Dans le cas particulier où $a=b$, la relation <code>\ref{propriete1}</code> amène <code>\$\$\ln(a^2)=2\ln a\$.</code>

4.2 Saisie de formules mathématiques

4.2.1 Indices et exposants

Les indices et exposants sont obtenus en saisissant respectivement les commandes :

```
_ {indice}
et
^ {exposant}
```

²Les formules sont centrées par défaut, mais il est possible d'aligner toutes les formules d'un document soit à gauche, soit à droite.

<p>Soit (u_n) la suite définie par</p> $u_0 = a$ <p>où a appartient à $[0; 1]$ et, pour tout entier naturel n, par</p> $u_{n+1} = ku_n(1 - u_n)$ <p>où k est un réel compris entre 0 et 4.</p>	<p>Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = a$ où a appartient à $[0; 1]$ et pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = ku_n(1 - u_n)$ où k est un réel compris entre 0 et 4.</p>
---	--

<p>Pour tous réels a et b,</p> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	<p>Pour tous réels a et b,</p> $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
--	--

Les accolades ne sont pas nécessaires lorsque l'indice ou l'exposant ne comprend qu'un caractère. Elles sont par contre utiles pour indiquer sur quel terme porte l'indice ou l'exposant.

<p>Pour tout réel a et pour tous entiers naturels m et n,</p> $(a^m)^n = a^{mn}$ <p>et</p> $(a^m)^n = (a^n)^m$	<p>Pour tout réel a et pour tous entiers naturels m et n,</p> $(a^m)^n = a^{mn}$ <p>et</p> $(a^m)^n = (a^n)^m$
---	---

Ces deux commandes peuvent être imbriquées...

<p>Soit n un entier naturel. Les nombres de FERMAT $F_n = 2^{2^n} + 1$ sont deux à deux premiers entre eux.</p>	<p>Soit n un entier naturel. Les nombres de <code>\sc{Fermat}</code> $F_n = 2^{2^n} + 1$ sont deux à deux premiers entre eux.</p>
---	---

<p>Montrez que la seule suite (u_n) à valeurs entières telle que, pour tout entier naturel n, on ait</p> $u_{n+1} > u_n$ <p>est l'identité^a.</p> <p>^a Olympiades internationales, 1977</p>	<p>Montrez que la seule suite (u_n) à valeurs entières telle que, pour tout entier naturel n, on ait $u_{n+1} > u_n$ est l'identité^a est l'identité^a Olympiades internationales, 1977}.</p>
--	---

... ou utilisées simultanément...

La moyenne m_{x^2} de la série (x_i^2, f_i) où f_i est la fréquence de la modalité x_i est donnée par

$$m_{x^2} = f_1x_1^2 + f_2x_2^2 + \dots + f_nx_n^2.$$

La moyenne m_{x^2} de la série (x_i^2, f_i) où f_i est la fréquence de la modalité x_i est donnée par

$$m_{x^2} = f_1x_1^2 + f_2x_2^2 + \dots + f_nx_n^2.$$

4.2.2 Fractions

Une fraction est obtenue en saisissant la commande :

`\frac{numérateur}{dénominateur}`

Soit a et b deux nombres non nuls. On appelle *moyenne harmonique* de a et b le nombre h défini par

$$\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}.$$

Soit a et b deux nombres non nuls. On appelle *moyenne harmonique* de a et b le nombre h défini par

$$\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}.$$

4.2.3 Racines

Suivant que l'on souhaite obtenir une racine carrée ou une racine n^e , on indiquera ou non la valeur optionnelle $[n]$. Pour obtenir une racine carrée, on saisira :

`\sqrt{expression}`

et pour obtenir une racine n^e :

`\sqrt[n]{expression}`

Soit a un réel positif. On appelle racine carrée de a le nombre positif noté \sqrt{a} tel que $(\sqrt{a})^2 = a$.

Soit a un réel positif. On appelle racine carrée de a le nombre positif noté \sqrt{a} tel que $(\sqrt{a})^2 = a$.

$$\sqrt[3]{\sqrt{\frac{28}{27}} + 1} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{28}{27}} - 1} = 1$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{\frac{28}{27}} + 1} - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{28}{27}} - 1} = 1$$

4.2.4 Fonctions mathématiques

Dans L^AT_EX, toute variable placée dans un environnement mathématique est représentée en italique. Dans bien des cas, on a besoin de fonctions mathématiques écrites en caractères romains. Celles que l'on est amené à utiliser le plus fréquemment dans notre enseignement sont résumées dans le tableau ci-dessous.

<code>\arccos</code>	<code>arccos</code>	<code>\arcsin</code>	<code>arcsin</code>	<code>\arctan</code>	<code>arctan</code>	<code>\arg</code>	<code>arg</code>
<code>\cos</code>	<code>cos</code>	<code>\cosh</code>	<code>cosh</code>	<code>\exp</code>	<code>exp</code>	<code>\inf</code>	<code>inf</code>
<code>\lim</code>	<code>lim</code>	<code>\ln</code>	<code>ln</code>	<code>\log</code>	<code>log</code>	<code>\max</code>	<code>max</code>
<code>\min</code>	<code>min</code>	<code>\sin</code>	<code>sin</code>	<code>\sinh</code>	<code>sinh</code>	<code>\sup</code>	<code>sup</code>
<code>\tan</code>	<code>tan</code>						

Pour tout réel x ,	Pour tout réel x ,
$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1.$	<code>\$\$\cos 2x=2\cos^2 x-1.\$\$</code>

Une espace doit être placée à la fin de chacune de ces fonctions de façon à permettre à L^AT_EX de les interpréter convenablement (sans quoi la compilation produit un message d'erreur).

Pour tout réel x ,	Pour tout réel x ,
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x.$	<code>\$\$\sin 2x=2\sin x\cos x.\$\$</code>

Pour certaines fonctions, L^AT_EX ajuste « au mieux » l'interlignage lorsque les équations sont insérées dans une ligne de texte³. C'est le cas d'une formule comprenant la fonction `\lim` (et d'autres comme les opérateurs de somme, produit et intégrale abordés dans la partie 4.2.6). Ce problème n'apparaît pas lorsque les formules sont écrites dans l'environnement *displaymath*⁴.

On montre que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$ et	On montre que
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0.$	<code>\$\$\lim_{h \rightarrow 0}</code>
	<code>\frac{\sin h}{h}=1\$ et</code>
	<code>\$\$\lim_{h \rightarrow 0}</code>
	<code>\frac{\cos h-1}{h}=0.\$\$</code>

(L'opérateur `\rightarrow` produit la flèche \rightarrow , voir partie 4.2.8.)

Deux commandes supplémentaires `\bmod` et `\pmod` permettent de composer les relations de congruence.

Seule la seconde (`\pmod`) est une commande à un argument que vous devez préciser.

³c'est-à-dire dans l'environnement *math* (voir 4.1.1).

⁴voir 4.1.3.

Soit p un nombre premier. $ab = 0 \pmod p$ équivaut à $a = 0 \pmod p$ ou $b = 0 \pmod p$.	Soit p un nombre premier. \\ $ab=0 \pmod p$ équivaut à $a=0 \pmod p$ ou $b=0 \pmod p$.
--	--

Soit p un nombre premier. Pour tout entier a , $a^p = a \pmod p$	Soit p un nombre premier. \\ Pour tout entier a , $a^p = a \pmod p$
--	--

4.2.5 Formats disponibles

Il reste des cas – non couverts par les fonctions précédentes – pour lesquels certains éléments doivent être placés en caractères romains (constante e , base i des imaginaires purs, élément différentiel d). Outre les formats de caractères italiques et gras, les formules peuvent être composées en caractères sans-serif⁵ ou calligraphiques (disponibles seulement en majuscule).

<code>\mathrm{texte}</code>	caractères romains
<code>\mathit{texte}</code>	caractères <i>italiques</i>
<code>\mathbf{texte}</code>	caractères gras
<code>\mathsf{texte}</code>	caractères sans-serif
<code>\mathcal{texte}</code>	caractères <i>CALLIGRAPHIQUES</i>

Soient A, B et C trois points du plan \mathcal{P} et soit \mathcal{A} l'aire du triangle ABC .	Soient A, B et C trois points du plan \mathcal{P} et soit \mathcal{A} l'aire du triangle ABC .
--	--

$e^{i\pi} + 1 = 0$	$\mathrm{e}^{i\pi} + 1 = 0$
--------------------	-----------------------------

Il est possible de mettre en caractères gras l'ensemble d'une formule en plaçant avant l'environnement mathématique choisi la commande `\boldmath`. On revient au format usuel en utilisant la commande `\unboldmath`.

Pour tout réel θ , $\cos \theta + i \sin \theta = e^{i\theta}$	Pour tout réel θ , <code>\boldmath</code> $\cos \theta + \mathrm{i} \sin \theta = \mathrm{e}^{i\theta}$ <code>\unboldmath</code>
--	--

⁵Les serifs sont les empattements horizontaux situés aux extrémités de caractères tels que A, m, M .

4.2.6 Opérateurs de somme et de produit

Combinés avec les indices et exposants, ils permettent de formuler – entre autres – les sommes, produits, intégrales, réunions ou intersections d'ensembles. Les principaux opérateurs sont résumés dans le tableau ci-dessous.

<code>\sum</code>	\sum	<code>\prod</code>	\prod	<code>\int</code>	\int	<code>\bigcap</code>	\bigcap	<code>\bigcup</code>	\bigcup
-------------------	--------	--------------------	---------	-------------------	--------	----------------------	-----------	----------------------	-----------

Pour tout réel q distinct de 1,	Pour tout réel q distinct de 1,
$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$	$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Pour tout $x > 0$,	Pour tout $x > 0$,
$\int_1^x \frac{1}{t} dt = \ln x$	$\int_1^x \frac{1}{t} dt = \ln x$

4.2.7 Lettres grecques

Les lettres grecques sont disponibles en écrivant leur équivalent en toutes lettres et en commençant par une lettre majuscule ou minuscule suivant que l'on souhaite obtenir un caractère grec majuscule ou minuscule. Les plus couramment utilisées sont résumées ci-dessous :

<code>\alpha</code>	α	<code>\beta</code>	β	<code>\gamma</code>	γ	<code>\delta</code>	δ	<code>\epsilon</code>	ϵ
<code>\varepsilon</code>	ε	<code>\theta</code>	θ	<code>\lambda</code>	λ	<code>\mu</code>	μ	<code>\pi</code>	π
<code>\rho</code>	ρ	<code>\sigma</code>	σ	<code>\phi</code>	ϕ	<code>\varphi</code>	φ	<code>\psi</code>	ψ
<code>\omega</code>	ω	<code>\Gamma</code>	Γ	<code>\Sigma</code>	Σ	<code>\Psi</code>	Ψ	<code>\Delta</code>	Δ
<code>\Omega</code>	Ω	<code>\Pi</code>	Π	<code>\Phi</code>	Φ				

Pour tout réel θ ,	Pour tout réel θ ,
$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$	$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$

4.2.8 Symboles et opérateurs

Les principaux symboles et opérateurs mathématiques utilisés au collège et au lycée sont résumés ci-dessous.

<code>\infty</code>	∞	<code>\emptyset</code>	\emptyset	<code>\backslash</code>	\backslash	<code>\times</code>	\times	<code>\cdot</code>	\cdot
<code>\circ</code>	\circ	<code>\div</code>	\div	<code>\cap</code>	\cap	<code>\cup</code>	\cup	<code>\frown</code>	\frown

On préférera `\cdot` au point usuel du clavier car le premier calcule les espaces nécessaires de part et d'autre du point, comme l'illustre l'exemple suivant :

$AB.BC$	<code>\$\$AB.BC\$\$</code>
$AB \cdot BC$	<code>\$\$AB\cdot BC\$\$</code>

Soient f deux fonctions définies et dérivables sur \mathbf{R} . Alors, sur \mathbf{R} , on a :	Soient f deux fonctions définies et dérivables sur \mathbf{R} . Alors, sur \mathbf{R} , on a :
$(g \circ f)' = (g' \circ f) \times f'$	<code>\$(g\circ f)'=(g'\circ f)\times f'\$</code>

Calculer	Calculer
$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{1 - \frac{k^2}{n^2}}$	<code>\$\$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{1 - \frac{k^2}{n^2}}\$\$</code>

4.2.9 Opérateurs binaires

Pour chacun de ces opérateurs, on obtient sa négation en précédant la commande de `\not`, mais seuls les quatre opérateurs de la dernière ligne seront « fréquemment utilisés ».

<code>\leq</code> ou <code>\le</code>	\leq	<code>\geq</code> ou <code>\ge</code>	\geq	<code>\equiv</code>	\equiv	<code>\sim</code>	\sim
<code>\simeq</code>	\simeq	<code>\approx</code>	\approx	<code>\perp</code>	\perp	<code>\subset</code>	\subset
<code>\in</code>	\in	<code>\not\subset</code>	$\not\subset$	<code>\not\equiv</code>	$\not\equiv$	<code>\not=</code> ou <code>\neq</code>	\neq

Pour tout réel x ,	Pour tout réel x ,
$e^x \geq x + 1$	<code>\$\$\mathrm{e}^x \geq x + 1\$\$</code>

4.2.10 Flèches

Comme précédemment, on restreint les commandes utiles à celles utilisées au collège ou au lycée. Les quatre flèches diagonales seront principalement exploitées lors de la constitution de tableau de variations : le sens et la direction de la flèche font référence aux points cardinaux : **n** pour nord (north), **s** pour sud (south), **e** pour est (east) et **w** pour ouest (west).

<code>\rightarrow</code> (<code>\to</code>)	\rightarrow	<code>\mapsto</code>	\mapsto	<code>\nearrow</code>	\nearrow	<code>\searrow</code>	\searrow
<code>\longrightarrow</code>	\longrightarrow	<code>\longmapsto</code>	\longmapsto	<code>\swarrow</code>	\swarrow	<code>\nwarrow</code>	\nwarrow

4.2.11 Caractères accentués et ornements

Puisqu'on vient d'aborder les flèches, voyons comment on peut écrire des vecteurs, des angles...

Les différents environnements mathématiques ne supportent pas l'accentuation de caractères. On doit utiliser des commandes spécifiques telles que : `\acute{}`, `\grave{}`, `\ddot{}`, `\hat{}`.

<code>\acute{a}</code>	á	<code>\grave{a}</code>	à	<code>\ddot{a}</code>	ä	<code>\hat{a}</code>	â
<code>\bar{a}</code>	ā	<code>\vec{a}</code>	→				

L'accent⁶ est placé au centre supérieur du caractère (ou de la chaîne de caractères) déclaré en variable. Un angle, un vecteur, le conjugué d'un nombre complexe, ..., sont obtenus à l'aide de commandes supplémentaires, indiquées dans le tableau ci-dessous. Les commandes `\overbrace` et `\underbrace` peuvent être combinées avec les commandes d'indices et d'exposants pour insérer des informations complémentaires.

<code>\widehat{...}</code>	<code>\overbrace{...}</code>
<code>\overrightarrow{...}</code>	<code>\underbrace{...}</code>
<code>\overline{...}</code>	<code>\underline{...}</code>

Pour tous points A, B et C ,	Pour tous points A, B et C ,
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Pour tout entier naturel n ,	Pour tout entier naturel n ,
$a^n = \underbrace{a \times a \dots \times a}_{n \text{ fois}}$	$a^n = \underbrace{a \times a \dots \times a}_{n \text{ fois}}$

$\overline{1 + e^{i\theta}} = 1 + e^{-i\theta}$	$\overline{1 + e^{i\theta}} = 1 + e^{-i\theta}$
---	---

4.2.12 Superposition de symboles

La commande `\stackrel` dont la syntaxe est

$$\stackrel{\text{dessus}}{\text{dessous}}$$

permet de superposer deux symboles.

$f : x \xrightarrow{f} f(x)$	$f : x \stackrel{f}{\longmapsto} f(x)$
------------------------------	--

⁶entendu au sens large car `˘` ou `˘` ne peuvent pas être assimilés à des accents traditionnels.

4.2.13 Parenthésage et délimiteurs

Les principaux délimiteurs disponibles sont les parenthèses (et), les accolades { et }⁷, les crochets [et] et les délimiteurs verticaux | et ||⁸. Les commandes sont les suivantes :

(())
\lbrace ou \{	{	\rbrace ou \}	}
\lbrack ou [[\rbrack ou]]
		\	\

Utilisés de cette façon dans une formule mathématique, ils seront correctement composés mais ne s'adapteront pas au contenu qu'ils délimitent. Pour que ces délimiteurs s'adaptent à leur contenu, on devra faire précéder le premier de la commande `\left` et le second de la commande `\right` et ces deux commandes `\left` et `\right` doivent se trouver dans cet ordre dans la formule saisie sans quoi \LaTeX produira une erreur de compilation. Il peut arriver qu'un seul délimiteur soit nécessaire⁹; dans ce cas, le délimiteur sera déclaré mais non affiché par l'intermédiaire de la commande `\`.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)^x = e$	<code>\$\$\lim_{x\to+\infty}</code> <code>\left(x+\frac{1}{x}\right)^{x}</code> <code>=\mathrm{e}\$\$</code>
---	--

$\left \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right = 1$	<code>\$\$\left \frac{1}{2}+\mathrm{i}</code> <code>\frac{\sqrt{3}}{2}\right =1\$\$</code>
--	---

$\left\ \frac{1}{AB}\overrightarrow{AB}\right\ = 1$	<code>\$\$\left\ \frac{1}{AB}</code> <code>\overrightarrow{AB}\right\ =1\$\$</code>
--	--

Dans le cas où $\Delta = 0$, l'ensemble solution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ est	Dans le cas où $\Delta=0$, l'ensemble solution de l'équation $ax^2+bx+c=0$ est
$\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$	<code>est\$\$\left\lbrace</code> <code>-\frac{b}{2a}\right\rbrace\$\$</code>

On note f la fonction définie pour tout $x \in]\frac{1}{2}; +\infty[$ par	On note f la fonction définie pour tout $x \in]\frac{1}{2}; +\infty[$ par
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$	<code>par\$\$f(x)=\frac{1}</code> <code>{\sqrt{2x-1}}\$\$</code>

⁷N'oubliez pas que { et } sont des caractères spéciaux de \LaTeX qui délimitent un bloc.

⁸Le caractère | est obtenu en tapant conjointement sur le clavier *Alt Gr* et 6.

⁹Pensez à une fonction définie par morceaux qui n'utilise qu'une accolade gauche, voir 4.3 page 58.

4.3 L'environnement *array*

4.3.1 Tableaux, matrices

Ce qui peut se représenter sous forme de tableau (matrices, ...). est composé dans l'environnement *array* disponible dans chacun des trois environnements *math*¹⁰, *displaymath*¹¹ et *equation*. Sa syntaxe est la suivante :

```
\begin{array}{col1...coln}
    tableau
\end{array}
```

Chaque colonne *col_i* étant caractérisée par son alignement (l, c et r pour des alignements respectifs à gauche, centrés et à droite) et par un éventuel caractère de séparation.

Chaque élément d'une ligne doit être séparé par l'esperluette¹² & et chaque ligne doit s'achever par la commande `\\`. Une ligne horizontale peut être ajoutée par l'intermédiaire de la commande `\hline`.

L'ajout de tabulations dans le fichier source permet de mieux repérer les différents éléments du tableau¹³.

$M = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<pre> \$\$\$M=\left(\begin{array}{ccc} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right)\$\$\$ </pre>
--	---

$\begin{cases} x' & = & x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' & = & -x \sin \theta + y \cos \theta \\ z' & = & z \end{cases}$	<pre> \$\$\$\$\left\{\begin{array}{lll} x'&=&x\cos\theta-y\sin\theta\\ y'&=&-x\sin\theta+y\cos\theta\\ z'&=&z \end{array}\right. \$\$\$ </pre>
---	--

4.3.2 Pointillés

Au nombre de quatre, ils sont utilisés principalement pour décrire une matrice, une somme ou un produit, un système d'équations.

<code>\ldots</code>	...	pointillés horizontaux sur la ligne de base
<code>\cdots</code>	...	pointillés horizontaux centrés
<code>\vdots</code>	⋮	pointillés verticaux
<code>\ddots</code>	⋱	pointillés diagonaux

¹⁰page 47.

¹¹page 49.

¹²ligature des lettres « e » et « t ».

¹³Les tabulations ne sont pas prises en compte lors de la compilation.

$M = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix}$	<pre> $M = \left(\begin{array}{ccc} a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & \cdots & a_{n,n} \end{array} \right)$ </pre>
--	--

4.3.3 Texte dans une formule

Il est parfois nécessaire d'intégrer certains éléments de texte dans une formule. Cette insertion de texte peut se faire par l'intermédiaire de la commande `\mbox`, en insérant – si besoin – les espaces nécessaires. Une autre méthode sera proposée lorsque nous présenterons la distribution $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}\mathcal{L}\mathcal{A}\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$ ¹⁴.

<p>Soit n un entier naturel.</p> $(-1)^n = \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ est pair} \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$	<pre> Soit \$n\$ un entier naturel. $(-1)^n = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{\mbox{si } } n \text{ est pair} \\ -1 & \text{\mbox{sinon}} \end{array} \right.$ </pre>
---	--

4.3.4 Tableaux de variations ou de signe

L'environnement `array` permet en particulier de dresser le tableau de signes ou le tableau de variations d'une fonction comme le montrent les exemples suivants.

<p>Soit $f: x \mapsto x^2 + 3x - 4$. Le signe de f est donné par le tableau suivant :</p> <pre> $\begin{array}{ c cccc } \hline x & -\infty & -4 & 1 & +\infty \\ \hline \text{signe de } f & + & 0 & - & 0 & + \\ \hline \end{array}$ </pre> <p>Soit $f: x \mapsto x^2 + 3x - 4$. Le signe de f est donné par le tableau suivant :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">signe de f</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	signe de f	+	0	-	0	+
x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$							
signe de f	+	0	-	0	+						

¹⁴voir page 62.

Soit $f: x \mapsto x^2 + 3x - 4$.

Les variations de f sont données par le tableau suivant :

```


$$\begin{array}{|c|lccc|} \hline x & & & & \\ \hline & -\infty & & -\frac{3}{2} & +\infty \\ \hline & +\infty & & & +\infty \\ \hline \text{variations de } f & & \searrow & & \nearrow \\ & & & -\frac{25}{4} & \\ \hline \end{array}$$


```

Soit $f: x \mapsto x^2 + 3x - 4$. Les variations de f sont données par le tableau suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
variations de f	$+\infty$	\searrow	$+\infty$
		$-\frac{25}{4}$	\nearrow

```


$$\begin{array}{|c|lcc|} \hline x & 0 & & +\infty \\ \hline & +\infty & & \\ \hline \text{variations de } x \mapsto \frac{1}{x} & & \searrow & \\ & & & 0 \\ \hline \end{array}$$


```

x	0	$+\infty$
variations de $x \mapsto \frac{1}{x}$	$+\infty$	0
	\searrow	

4.4 L'environnement *eqnarray*

Plutôt que d'utiliser l'environnement *array* étudié dans la partie précédente pour aligner des équations successives, on préférera l'un des environnements *eqnarray* ou *eqnarray** qui représentent un environnement *array* particulier à trois colonnes de paramètres `{rcl}`, la seconde étant principalement réservée à l'opérateur ($=$, $<$, $>$, \leq , \geq , ...).

L'environnement *eqnarray* numérote chaque ligne d'expression ; l'environnement *eqnarray** n'en numérote aucune. On peut faire en sorte de numérotter certaines des expressions et pas d'autres en utilisant la commande `\nonumber`. Comme toujours, une formule numérotée sur une ligne peut être référencée par la commande `\label` et la numérotation attribuée rappelée par la commande `\ref`.

$ \begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &\leq 0 \\ (x + 1)^2 &\leq 0 \\ (x + 1)^2 &= 0 \\ x + 1 &= 0 \\ x &= -1 \quad (4.3) \end{aligned} $	<pre> \begin{eqnarray} x^{2}+2x+1 & \leq & 0 \quad \backslash\text{nonumber} \backslash\backslash \left(x+1\right)^{2} & \leq & 0 \quad \backslash\text{nonumber} \backslash\backslash \left(x+1\right)^{2} & = & 0 \quad \backslash\text{nonumber} \backslash\backslash x+1 & = & 0 \quad \backslash\text{nonumber} \backslash\backslash x & = & -1 \end{eqnarray} </pre>
--	--

Il peut arriver qu'une expression soit trop longue pour tenir sur la largeur d'une page. Dans ce cas, on peut utiliser – dans l'environnement `eqnarray` – la commande `\leftteqn` qui permet au premier membre de cet expression de ne pas intervenir dans la disposition générale.

<p>Pour tout réel $q \neq 1$ et pour tout entier naturel n,</p> $ \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 1 + q + q^2 + \dots + q^{n-2} + q^{n-1} + q^n $	<p>Pour tout réel $q \neq 1$ et pour tout entier naturel n,</p> <pre> \begin{eqnarray*} \leftteqn{\frac{1-q^{n+1}}{1-q}} & = & 1+q+q^2\backslash\backslash & + \cdots + \backslash\backslash & q^{n-2}+q^{n-1}+q^n \end{eqnarray*} </pre>
---	---

4.5 Théorèmes et définitions

L^AT_EX dispose de la commande `\newtheorem` qui permet de créer et numéroter des définitions ou des théorèmes. La syntaxe permettant de créer de tels environnements est la suivante :

$$\backslash\text{newtheorem}\{Nom\ de\ l'environnement\}\{Énoncé\}[Division]$$

Cette commande doit être insérée dans le préambule. Vous pouvez créer autant d'environnements que vous le souhaitez. La *division* est un paramètre optionnel qui indique comment s'organise la numérotation ; si par exemple, on définit l'environnement suivant :

$$\backslash\text{newtheorem}\{theo\}\{Théorème\}[Section]$$

la numérotation de chaque théorème comprendra le numéro de la section et son ordre d'apparition dans cette même section. Le compteur est réinitialisé à chaque section créée. Une fois l'environnement créé, il est appelé, comme tout environnement, par

```

\begin{Nom de l'environnement}[Intitulé]
    Corps du théorème
\end{Nom de l'environnement}

```

Le paramètre optionnel *Intitulé* permet d'ajouter un « titre » au théorème.

<p>DÉFINITION 1 (ORTHOGONALITÉ) <i>Une droite \mathcal{D} est dite orthogonale à un plan \mathcal{P} lorsqu'elle est orthogonale à toute droite de \mathcal{P}.</i></p> <p>...</p> <p>THÉORÈME 1 <i>Une droite \mathcal{D} est orthogonale à un plan \mathcal{P} si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de \mathcal{P}.</i></p> <p>...</p> <p>THÉORÈME 2 <i>Il existe un plan et un seul passant par un point donné et orthogonal à une droite donnée.</i></p>	<pre> \newtheorem{defin}{Définition} \newtheorem{theo}{Théorème} ... \begin{document} ... \begin{defin}[Orthogonalité] Une droite \mathcal{D} est dite orthogonale à un plan \mathcal{P} lorsqu'elle est orthogonale à toute droite de \mathcal{P}. \end{defin} ... \begin{theo} Une droite \mathcal{D} est orthogonale à un plan \mathcal{P} si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de \mathcal{P}. \end{theo} ... \begin{theo} Il existe un plan et un seul passant par un point donné et orthogonal à une droite donnée. \end{theo} </pre>
---	--

4.6 La distribution $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}\mathcal{I}\mathcal{A}\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$

Dans toute cette section, l'extension *amsmath*¹⁵ doit être chargée dans le préambule de votre document (`\usepackage{amsmath}`).

4.6.1 symboles et opérateurs supplémentaires

Nous ne citerons ici que les opérateurs, relations ou symboles utilisés en collège ou en lycée, disponibles en chargeant l'extension *amssymb* (`\usepackage{amssymb}`).

¹⁵Si celle-ci n'est pas disponible, vous devez la télécharger. Pour en savoir plus, consultez la rubrique 1.1.3 page 15.

<code>\leqslant</code>	<code>\geqslant</code>	<code>\varnothing</code>	<code>\curvearrowright</code>
------------------------	------------------------	--------------------------	-------------------------------

4.6.2 Dispositions verticales

Les commandes

$$\underset{\textit{expression 1}}{\textit{expression 2}}$$

$$\overset{\textit{expression 1}}{\textit{expression 2}}$$

placent l'*expression 1* au-dessous (respectivement au-dessus) de l'*expression 2*. L'*expression 1* est imprimée dans la taille des indices ou des exposants.

<p>Soient A, B deux points d'un cercle de centre O et de rayon R. On note α la mesure en radians de l'angle \widehat{AOB}. La longueur l de l'arc \widehat{AB} est donnée par $l = R \times \alpha$.</p>	<p>Soient A, B deux points d'un cercle de centre O et de rayon R. On note α la mesure en radians de l'angle \widehat{AOB}. La longueur l de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ est donnée par $l = R \times \alpha$.</p>
---	---

(L'insertion de la commande `\displaystyle`¹⁶ permet d'afficher le symbole \frown dans sa taille normale.)

4.6.3 Polices supplémentaires

Ces polices mathématiques supplémentaires sont disponibles en chargeant l'extension *amfonts* (`\usepackage{amfonts}`) dans le préambule.

Police *blackboard*

L'usage typographique voudrait que les ensembles de nombres \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} et \mathbb{C} ne soient pas imprimés tels qu'ils le sont ici, mais en caractères gras (\mathbf{N} , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} , \mathbf{C}). Cette façon de les écrire était initialement réservée à l'écriture au tableau (d'où le nom *blackboard*) pour les distinguer des variables. Ces caractères sont cependant disponibles et accessibles en tapant `\mathbb` suivie de la lettre qu'on désire obtenir.

<p>Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q \in \mathbb{R}^*$. Alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$,</p> $u_n = u_0 \times q^n.$	<p>Soit $\{(u_n)_{n \in \mathbf{N}}\}$ la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison $q \in \mathbf{R}^*$. Alors, pour tout $n \in \mathbf{N}$,</p> $u_n = u_0 \times q^n.$
--	--

¹⁶voir page 48.

Police *Fraktur*

Si besoin¹⁷, vous pouvez composer, en mode mathématique, certains éléments en gothique par l'intermédiaire de la commande `\mathfrak`.

Soit \mathfrak{D} la droite perpendiculaire à Δ passant par A.	Soit <code>\mathfrak{D}</code> la droite perpendiculaire à <code>\Delta</code> passant par A.
---	---

4.6.4 Encadrement

Une formule peut être encadrée en utilisant la commande `\boxed`, placée dans un environnement mathématique.

<p>Pour tous réels $a \geq 0$ et $b \geq 0$ tels que $a \leq b$, on a</p> $p([a, b]) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t} dt$ $p([a, b]) = [-e^{-\lambda t}]_a^b$ <p>donc</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;"> $p([a, b]) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}.$ </div>	<p>Pour tous réels $a \geq 0$ et $b \geq 0$ tels que $a \leq b$, on a</p> <pre> \begin{eqnarray*} p([a, b])&=&\int_a^b \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t} \\ &&\mathrm{d}t \\ p([a, b])&=&\left[\mathrm{e}^{-\lambda t} \right. \\ &&\left. \right]_a^b \\ \end{eqnarray*} donc \boxed{p([a, b]) = \mathrm{e}^{-\lambda a} - \mathrm{e}^{-\lambda b}.} </pre>
--	--

4.6.5 Texte

Insérée dans un environnement mathématique, `\mtext` permet de saisir plus efficacement que la commande `mbox` (voir page 59) du texte dans une expression.

¹⁷et si l'extension *amscfonts* est chargée. . .

<p>Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $S = \{a_i\}_{1 \leq i \leq n}$ une série statistique de taille n ordonnée dans l'ordre croissant. La médiane m de S est définie par</p> $m = \begin{cases} a_{p+1} & \text{si } n \text{ est impair avec } n = 2p + 1 \\ \frac{a_p + a_{p+1}}{2} & \text{si } n \text{ est pair avec } n = 2p \end{cases}$	<p>Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $S = \left\{ a_i \right\}_{1 \leq i \leq n}$ une série statistique de taille n ordonnée dans l'ordre croissant. La médiane m de S est définie par $m = \left\{ \begin{array}{l} a_{p+1} \\ \frac{a_p + a_{p+1}}{2} \end{array} \right\}$ si n est impair avec $n = 2p + 1$ si n est pair avec $n = 2p$.</p>
--	---

4.6.6 Fractions

L'extension `amsmath` fournit trois commandes supplémentaires permettant de composer des fractions : `\dfrac` (pour `\displaystyle\frac{\dots}{\dots}`), les fractions sont alors affichées dans le mode *displaystyle*, `\tfrac` (pour `\textstyle\frac{\dots}{\dots}`), ce qui affiche les fractions dans le mode *math*) et `\cfrac` pour afficher les fractions continues.

<p>Soit a et b deux nombres non nuls. On appelle <i>moyenne harmonique</i> de a et b le nombre h défini par</p> $\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}.$ <p>La même formule dans l'environnement <i>math</i> : $\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$ En utilisant les commandes ci-dessus :</p> $\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$ $\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$	<p>Soit a et b deux nombres non nuls. On appelle <i>moyenne harmonique</i> de a et b le nombre h défini par $\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$. La même formule dans l'environnement <i>math</i> : $\frac{1}{h} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$ En utilisant les commandes ci-dessus : $\dfrac{1}{h} = \dfrac{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}}{2}$ $\tfrac{1}{h} = \tfrac{\tfrac{1}{a} + \tfrac{1}{b}}{2}$</p>
---	---

Une option de la commande `\cfrac` permet de préciser l'alignement du numérateur. Sa syntaxe est :

$$\cfrac[l, c \text{ ou } r]{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$$

- `break` écrit l'intitulé et le numérote, puis écrit le théorème à la ligne suivante ;
- `\marginbreak` produit un résultat analogue à `\break` à la différence que le numéro est écrit dans la marge ;
- `\changebreak` analogue à `\break` mais l'intitulé et la numérotation sont permutés ;
- `\change` analogue à `\changebreak` mais sans retour à la ligne ;
- `\margin` analogue à `\marginbreak` mais sans retour à la ligne ;
- `plain` qui ramène aux paramètres initiaux de l'environnement \LaTeX *theorem*.

Enfin, deux commandes `\theorembodyfont` et `theoremheaderfont` permettent de modifier les formats respectifs du corps du *théorème* et de son intitulé.

La définition d'un nouvel environnement *theorem* dans le préambule est identique à celle disponible dans \LaTeX , mais on peut aussi écrire :

$$\text{\newtheorem}\{Nom\ de\ l'environnement\}[Nom]\{Intitulé\}$$

Dans ce cas, les *théorèmes* seront numérotés à chaque déclaration de `[Nom]`.

	...
	<code>\theorembodyfont{\rmfamily}</code>
	<code>\theoremheaderfont{\scshape}</code>
	<code>\theoremstyle{break}</code>
	<code>\newtheorem{Def}{Définition}</code>
	<code>\newtheorem{Theo}{Théorème}</code>
	...
	<code>\begin{document}</code>
	...
	<code>\begin{Theo}</code>
	<code>[Existence et unicité]</code>
	<code>Soit $\left(0; \vec{i}, \vec{j}\right)$ un repère du plan.</code>
	<code>Pour tout point M du plan, il existe un</code>
	<code>unique couple (x, y) de nombres réels tels</code>
	<code>que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.</code>
	...
	<code>\end{Theo}</code>
	<code>\begin{Def}</code>
	<code>Le couple (x, y) est appelé</code>
	<code>\emph{couple de coordonnées}</code>
	<code>du point M.</code>
	<code>\end{Def}</code>
THÉORÈME 1 (EXISTENCE ET UNICITÉ)	
Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.	
Pour tout point M du plan, il existe un	
unique couple (x, y) de nombres réels tels	
que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.	
DÉFINITION 1	
Le couple (x, y) est appelé <i>couple de coordonnées</i> du point M .	