

# COURS S11

---

## RÉGIMES LIBRES DE L'OSCILLATEUR HARMONIQUE

---



David Malka

MPSI – 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Deux exemples d'oscillateur</b>	<b>1</b>
1.1	Un oscillateur mécanique : le système {masse+ressort}	1
1.1.1	Ce que montre l'expérience	1
1.1.2	Modélisation	1
1.1.3	Équation différentielle d'évolution	1
1.2	Un oscillateur électrique : le circuit RLC-série	1
1.2.1	Ce que montre l'expérience	1
1.2.2	Modélisation	1
1.2.3	Équation différentielle d'évolution	1
1.3	Équation d'évolution d'un oscillateur harmonique libre	1
<b>2</b>	<b>Régimes libres de l'oscillateur harmonique</b>	<b>1</b>
2.1	Recherche des solutions de l'équation d'évolution de l'oscillateur	1
2.2	Régime pseudo-périodique	1
2.2.1	Condition sur le facteur de qualité : $Q > \frac{1}{2}$	1
2.2.2	Expression analytique et graphe	1
2.2.3	Influence du facteur de qualité	1
2.3	Régime apériodique	1
2.3.1	Condition sur le facteur de qualité : $Q < \frac{1}{2}$	1
2.3.2	Expression analytique et graphe	1
2.3.3	Influence du facteur de qualité	1
2.4	Régime critique	1
2.4.1	Un régime théorique : $Q = \frac{1}{2}$	1
2.4.2	Expression analytique et graphe	1
2.4.3	Intérêt du régime critique	1
<b>3</b>	<b>Réponse indicielle de l'oscillateur harmonique</b>	<b>1</b>
<b>4</b>	<b>Analogie électromécanique</b>	<b>1</b>

# Table des figures

1	Régime apériodique avec $x_0 = 10, v_0 = 0, x_E = 0, w_0 = 100$ .	2
(a)	Position $x(t)$ .	2
(b)	Vitesse $\dot{x}(t)$ .	2
(c)	Trajectoire de phase $\dot{x}(t) = f(x(t))$ .	2
(d)	Influence du facteur de qualité $Q$ sur le régime pseudo-périodique.	2
2	Régime pseudo-périodique avec $x_0 = 10, v_0 = 0, x_E = 0, w_0 = 100$ .	3
(a)	Position $x(t)$ .	3
(b)	Vitesse $\dot{x}(t)$ .	3
(c)	Trajectoire de phase $\dot{x}(t) = f(x(t))$ .	3
(d)	Influence du facteur de qualité $Q$ sur le régime apériodique.	3
3	Régime critique avec $x_0 = 10, v_0 = 0, x_E = 0, w_0 = 100$ .	4
(a)	Position $x(t)$ .	4
(b)	Vitesse $\dot{x}(t)$ .	4
(c)	Trajectoire de phase $\dot{x}(t) = f(x(t))$ .	4
(d)	Le régime critique comme limite commune d'amortissement maximal des régimes pseudo-périodique et apériodique.	4
4	Analogie électromécanique	4

## Capacités exigibles

1. **Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.**
2. **Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.**
3. Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques.
4. Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques.
5. Prévoir l'évolution du système en utilisant un portrait de phase fourni.
6. écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.
7. Connaître la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité.
8. Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique.
9. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire, selon la valeur du facteur de qualité.

## 1 Deux exemples d’oscillateur

### 1.1 Un oscillateur mécanique : le système {masse+ressort}

#### 1.1.1 Ce que montre l’expérience

#### 1.1.2 Modélisation

#### 1.1.3 Équation différentielle d’évolution

### 1.2 Un oscillateur électrique : le circuit RLC-série

#### 1.2.1 Ce que montre l’expérience

#### 1.2.2 Modélisation

#### 1.2.3 Équation différentielle d’évolution

### 1.3 Équation d’évolution d’un oscillateur harmonique libre

## 2 Régimes libres de l’oscillateur harmonique

### 2.1 Recherche des solutions de l’équation d’évolution de l’oscillateur

### 2.2 Régime pseudo-périodique

#### 2.2.1 Condition sur le facteur de qualité : $Q > \frac{1}{2}$

#### 2.2.2 Expression analytique et graphe

#### 2.2.3 Influence du facteur de qualité

### 2.3 Régime apériodique

#### 2.3.1 Condition sur le facteur de qualité : $Q < \frac{1}{2}$

#### 2.3.2 Expression analytique et graphe

#### 2.3.3 Influence du facteur de qualité

### 2.4 Régime critique

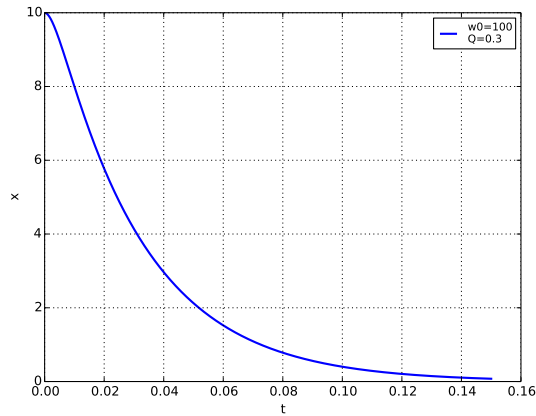
#### 2.4.1 Un régime théorique : $Q = \frac{1}{2}$

#### 2.4.2 Expression analytique et graphe

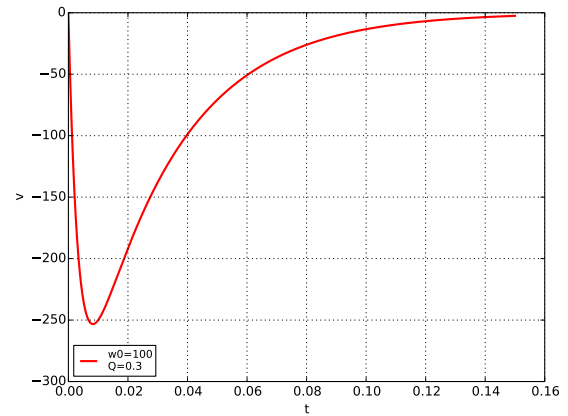
#### 2.4.3 Intérêt du régime critique

## 3 Réponse indicielle de l’oscillateur harmonique

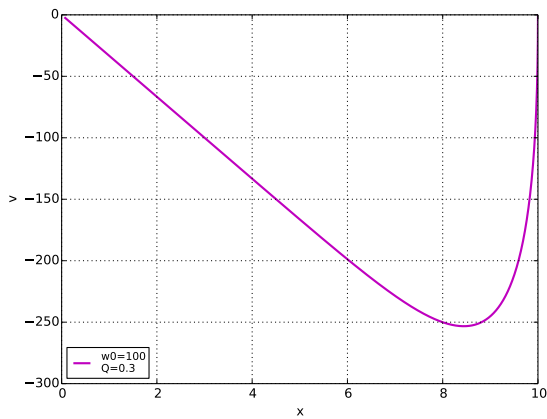
## 4 Analogie électromécanique



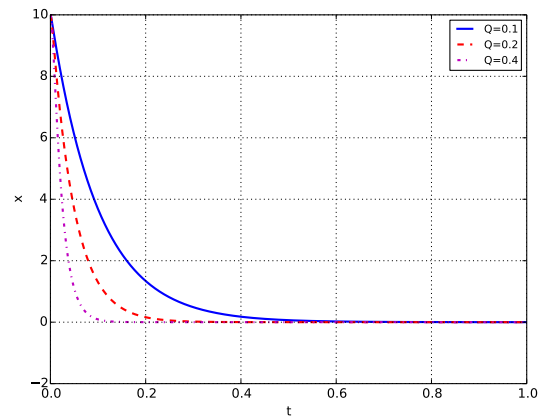
(a) Position  $x(t)$ .



(b) Vitesse  $\dot{x}(t)$ .

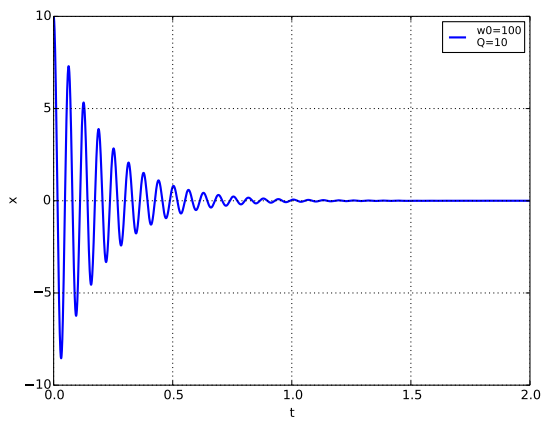


(c) Trajectoire de phase  $\dot{x}(t) = f(x(t))$ .

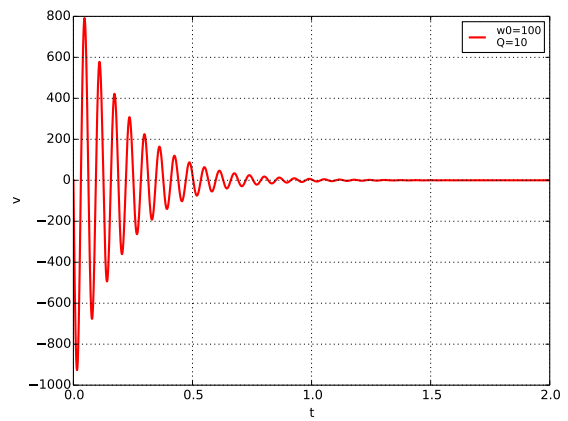


(d) Influence du facteur de qualité  $Q$  sur le régime pseudo-périodique.

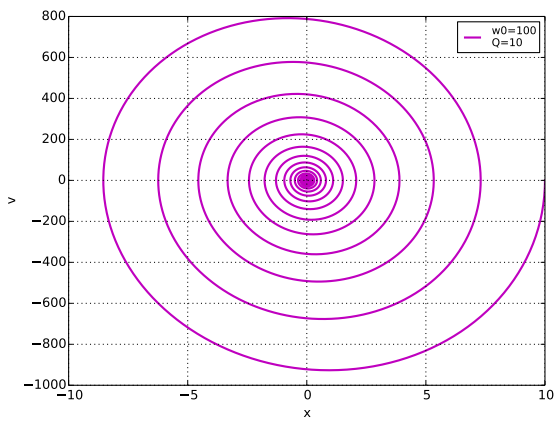
FIGURE 1 – Régime apériodique avec  $x_0 = 10$ ,  $v_0 = 0$ ,  $x_E = 0$ ,  $w_0 = 100$ .



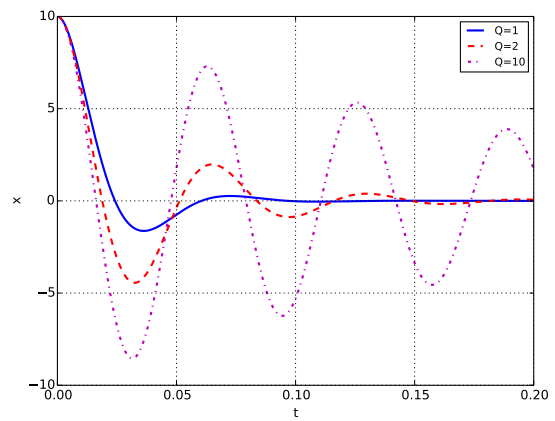
(a) Position  $x(t)$ .



(b) Vitesse  $\dot{x}(t)$ .



(c) Trajectoire de phase  $\dot{x}(t) = f(x(t))$ .



(d) Influence du facteur de qualité  $Q$  sur le régime apériodique.

FIGURE 2 – Régime pseudo-périodique avec  $x_0 = 10$ ,  $v_0 = 0$ ,  $x_E = 0$ ,  $w_0 = 100$ .

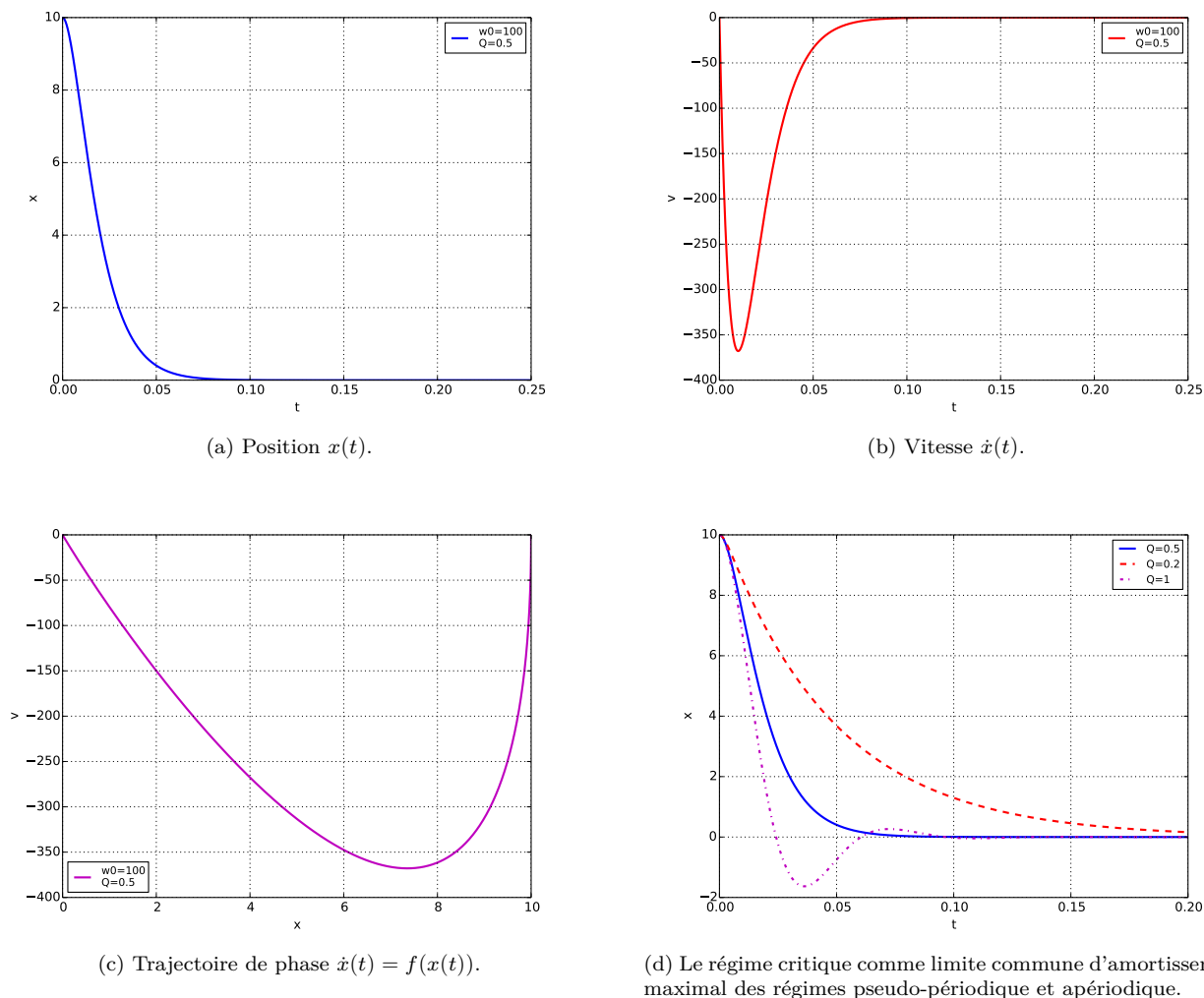


FIGURE 3 – Régime critique avec  $x_0 = 10$ ,  $v_0 = 0$ ,  $x_E = 0$ ,  $w_0 = 100$ .

Sens physique	Mécanique	Electrocinétique
État	Position $x(t)$	Charge $q(t)$
État	Vitesse $v(t) = \dot{x}(t)$	Intensité électrique $i(t) = \dot{q}(t)$
Inertie	Masse $m$	Inductance $L$
Rappel	Raideur $k$	Capacité $\frac{1}{C}$
Dissipation d’énergie	Coefficient de frottement $\mu$	Résistance $R$
Énergie de l’OH	$\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$

FIGURE 4 – Analogie électromécanique

