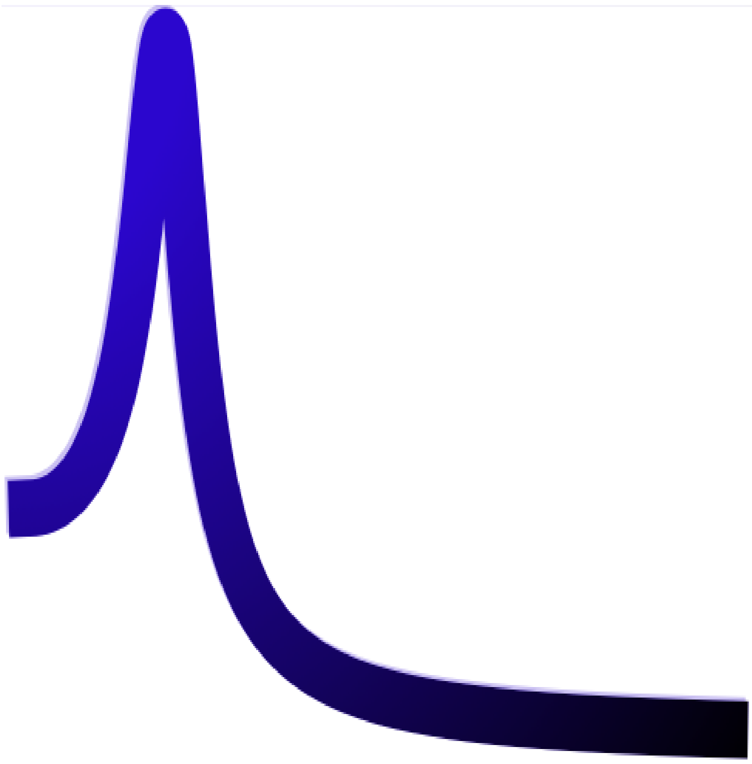
Cours S12

Réponse d'un oscillateur harmonique à une excitation sinusoïdale

Phénomène de résonance



David Malka

MPSI – 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

www.david-malka-mpsi.fr

Table des matières

Table des figures

Capacités exigibles

1. **Mettre en oeuvre un dispositif expérimental autour du phénomène de résonance.**
2. Utiliser la construction de Fresnel et la méthode des complexes pour étudier le régime forcé en intensité ou en vitesse.
3. Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase dans le cas de la résonance en intensité ou en vitesse.
4. À l'aide d'un outil de résolution numérique, mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en élongation.
5. Relier l'acuité d'une résonance forte au facteur de qualité.

1 Excitation sinusoïdale d'un oscillateur harmonique : que montre l'expérience ?

1.1 Réponse du du circuit RLC série à une excitation sinusoïdale

1.2 Excitation sinusoïdale

1.2.1 Régime transitoire et régime établi

1.2.2 Régime sinusoïdal forcé

1.2.3 Réponse en intensité - Influence de la fréquence d'excitation - Phénomène de résonance

1.2.4 Observation du déphasage

1.2.5 Influence de la résistance

1.3 Réponse du système {masse+ressort} à une excitation sinusoïdale

1.3.1 Régime sinusoïdal forcé

1.3.2 Réponse en élongation - Influence de la fréquence d'excitation - Phénomène de résonance

1.3.3 Observation du déphasage

2 Réponse théorique en intensité du circuit RLC-série à une excitation sinusoïdale

2.1 Équation d'évolution

2.2 Régime transitoire

2.3 Régime sinusoïdal forcée – Réponse en intensité

2.3.1 Amplitude complexe

2.3.2 Évolution de l'amplitude : résonance

Expression de l'amplitude

Comportement asymptotique

Fréquence de résonance

Influence du facteur de qualité : bande passante et acuité de la résonance

2.3.3 Évolution du déphasage

Expression du déphasage

Évolution avec la fréquence

Influence du facteur de qualité

2.4 Confrontation à l'expérience

2.5 Analogie électromécanique - Réponse en vitesse d'un oscillateur harmonique mécanique

3 Réponse théorique en élongation du système masse+ressort

3.1 Équation d'évolution

3.2 Régime transitoire

3.3 Régime sinusoïdal forcée : réponse en élongation

3.3.1 Amplitude complexe

3.3.2 Réponse en amplitude – Approche numérique

Expression de l'amplitude

Influence du facteur de qualité (résolution numérique)

— sur l'existence d'une résonance,

- sur l'amplitude du signal,
- sur la valeur de la fréquence de résonance,
- sur l'acuité de la résonance.

3.3.3 Évolution du déphasage

Expression du déphasage

Évolution avec la fréquence

Influence du facteur de qualité (approche numérique)

3.4 Cas d'un résonance forte

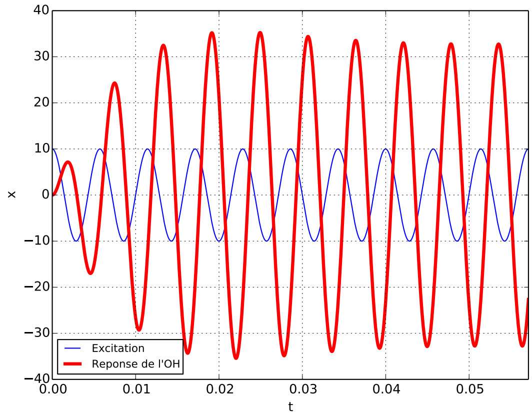
3.4.1 Fréquence de résonance

3.4.2 Bande passante - Acuité de la résonance

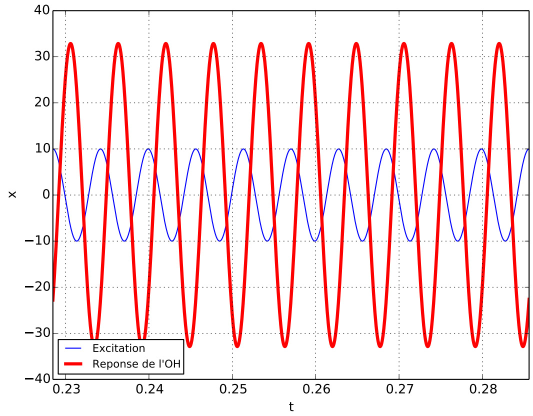
3.5 Analogie électromécanique - Réponse en charge d'un oscillateur harmonique électrique

4 Ouverture : autres exemples de résonance

BY NC SA

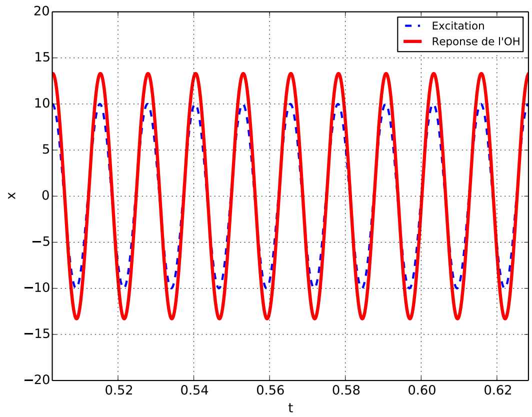


(a) Régime transitoire

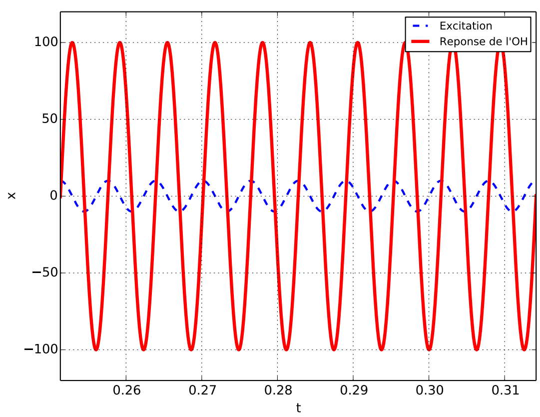


(b) Régime établi : régime sinusoïdal forcé

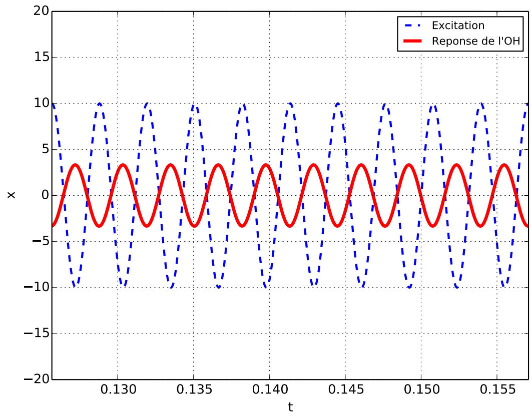
FIGURE 1 – Régime transitoire/Régime établi. On observe un court régime transitoire puis un régime sinusoïdal à la pulsation de l'excitation.



(a) $\omega = 200\,rad.s^{-1} < \omega_0$

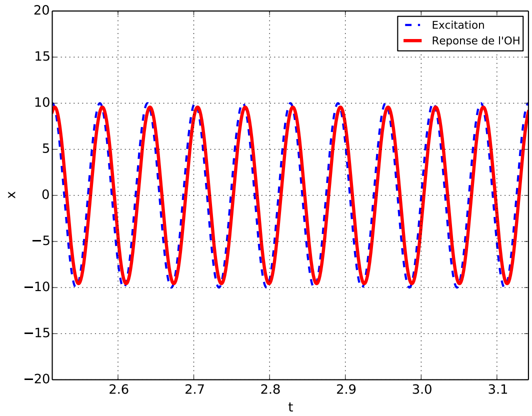


(b) $\omega = \omega_0 = 1000\,rad.s^{-1}$

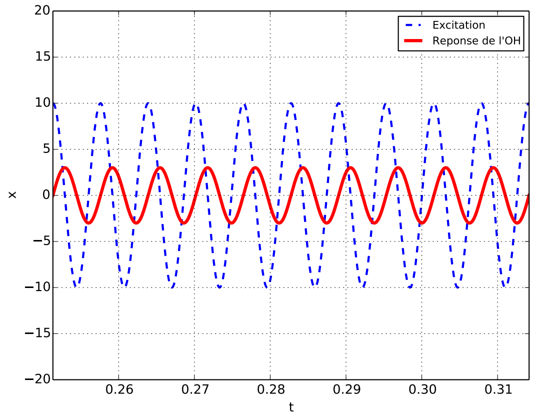


(c) $\omega = 5000\,rad.s^{-1} > \omega_0$

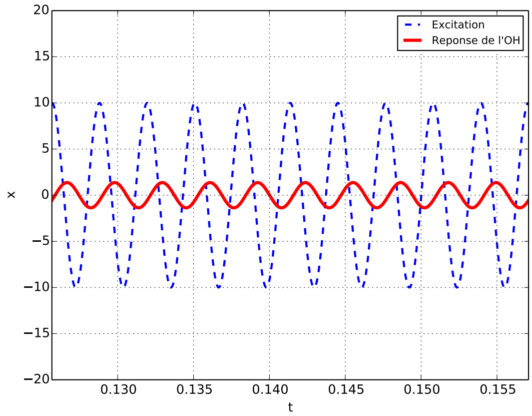
FIGURE 2 – Réponse $X(t)$ de l'oscillateur de facteur de qualité $Q = 10$ pour différentes fréquences d'excitation ω. $w_0 = 1000\,rad.s^{-1}$ est la pulsation propre de l'oscillateur. Son facteur de qualité Q vaut 10. On observe une résonance au voisinage de ω_0.



(a) $\omega = 100\,rad.s^{-1} < \omega_0$

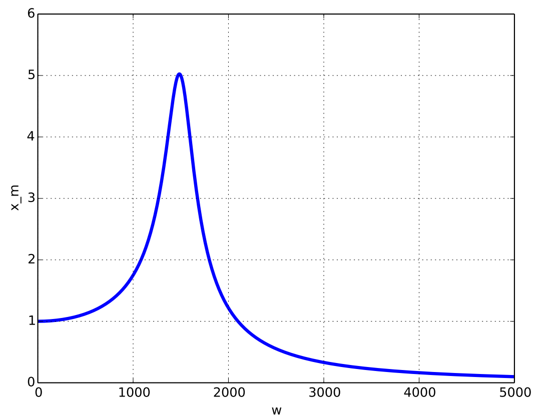


(b) $\omega = \omega_0 = 1000\,rad.s^{-1}$

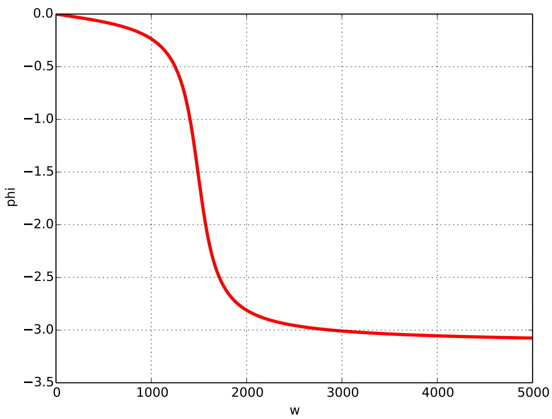


(c) $\omega = 2000\,rad.s^{-1} > \omega_0$

FIGURE 3 – Réponse $X(t)$ de l'oscillateur de facteur de qualité $Q = 0.4 < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ pour différentes fréquences d'excitation ω. $w_0 = 1000\,rad.s^{-1}$ est la pulsation propre de l'oscillateur. . On n'observe aucune résonance.

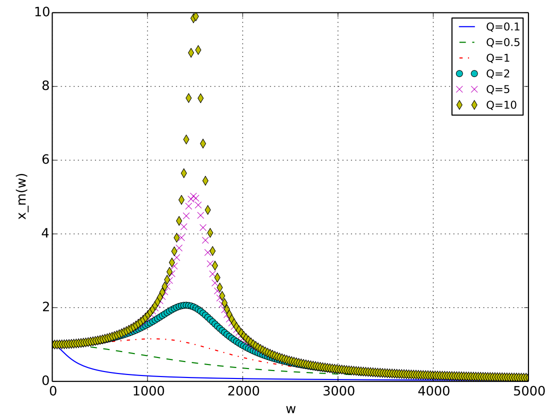


(a) Ampltitude $X_m(\omega)$

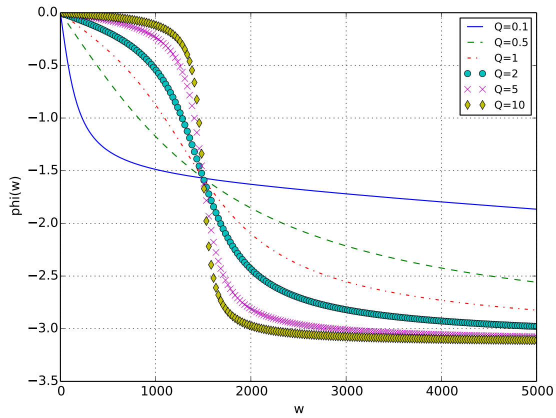


(b) Déphasage $\varphi(\omega)$

FIGURE 4 – Etude fréquentielle de la réponse $X(t) = X_m(\omega)\cos(\omega t + \varphi(\omega))$ d'un oscillateur harmonique à une excitation sinusoïdale de fréquence ω. $Q = 5$

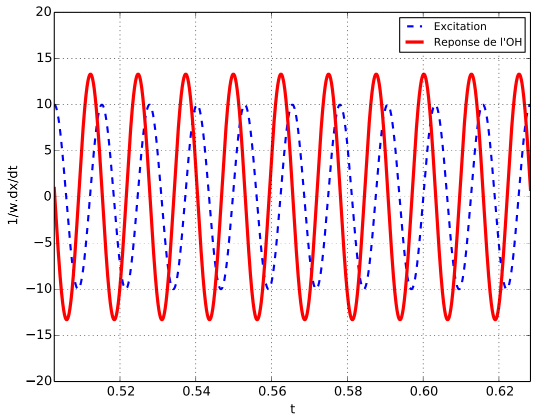


(a) Ampltitude $X_m(\omega)$

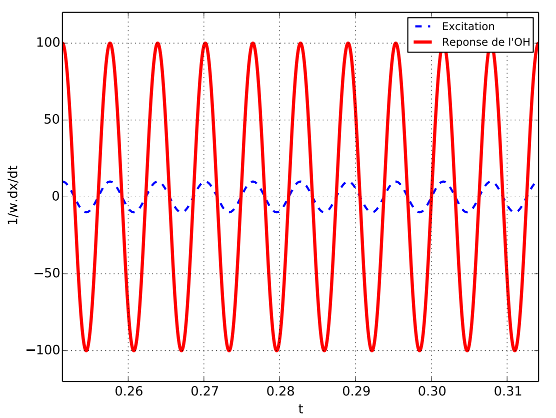


(b) Déphasage $\varphi(\omega)$

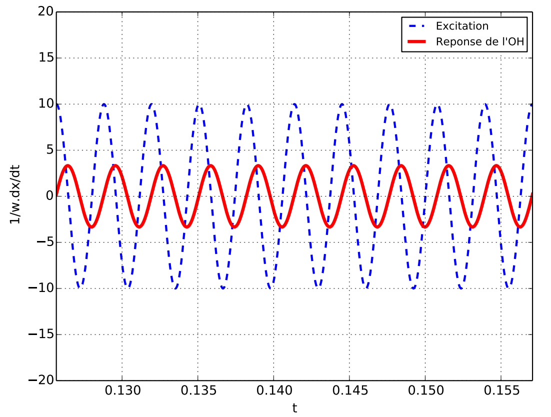
FIGURE 5 – Influence du facteur de qualité sur réponse $X(t)$ d'un oscillateur harmonique à une excitation sinusoïdale. Pour $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, il y a résonance à la fréquence $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$. La résonance est d'autant plus aiguë que le facteur de qualité Q de l'oscillateur est élevée. $\lim_{Q\to+\infty} \omega_r = \omega_0$.



(a) $\omega = 500\,rad.s^{-1} < \omega_0$

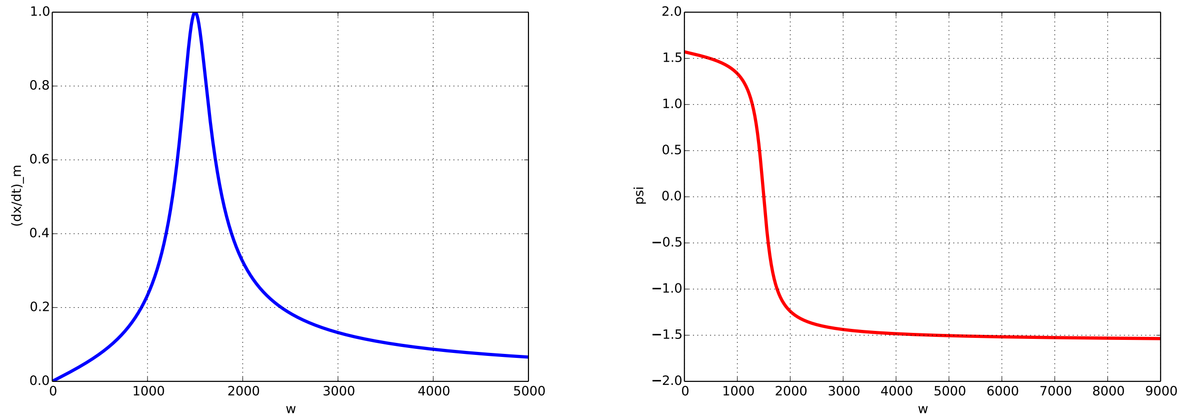


(b) $\omega = \omega_0 = 1000\,rad.s^{-1}$



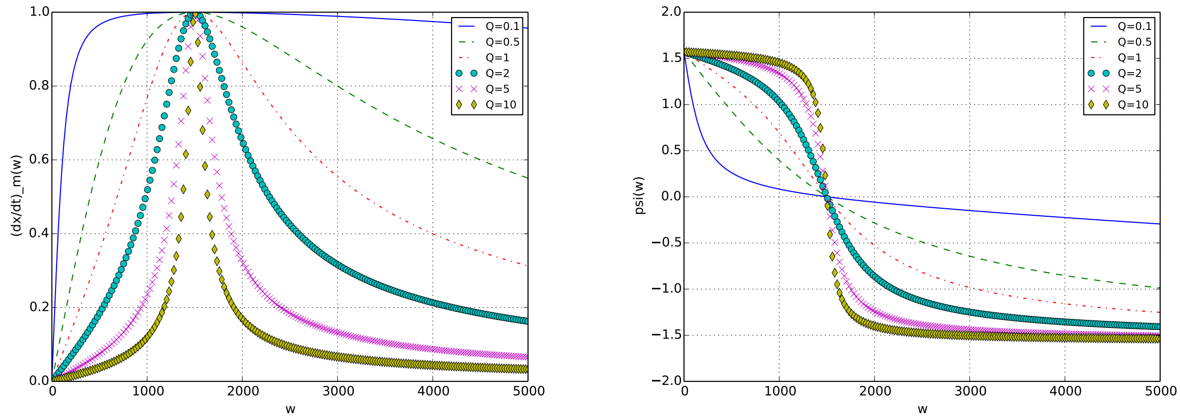
(c) $\omega = 2000\,rad.s^{-1} > \omega_0$

FIGURE 6 – Réponse $\dot{X}(t)$ de l'oscillateur pour différentes fréquences d'excitation ω. $w_0 = 1000\,rad.s^{-1}$ est la pulsation propre de l'oscillateur. Son facteur de qualité Q vaut 10. On observe une résonance pour $\omega = \omega_0$.



(a) Ampltitude $A_m(\omega)$ (b) Déphasage $\psi(\omega)$

FIGURE 7 – Etude fréquentielle de la réponse $\dot{X}(t) = A_m(\omega)\cos(\omega t + \psi(\omega))$ d'un oscillateur harmonique à une excitation sinusoïdale de fréquence ω. $Q = 5$



(a) Ampltitude $A_m(\omega)$ (b) Déphasage $\varphi(\omega)$

FIGURE 8 – Influence du facteur de qualité sur réponse $\dot{X}(t)$ d'un oscillateur harmonique à une excitation sinusoïdale. On observe toujours une résonance pour $\omega = \omega_0$. La résonance est d'autant plus aiguë que le facteur de qualité Q de l'oscillateur est élevée.