



TD EM2 - INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

EM1 – Pince ampèremétrique

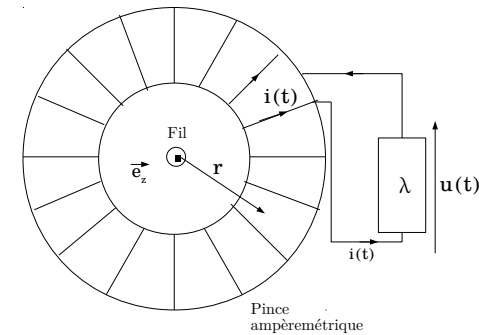
Pour des fils parcourus par un courant électrique très important, un ampèremètre n'est pas utilisable pour en mesurer l'intensité. On peut alors utiliser une pince ampèremétrique si le courant est variable.

1. Champ magnétique engendré par un fil parcourant par un courant électrique. Localement, le champ magnétique engendré par un fil s'écrit :

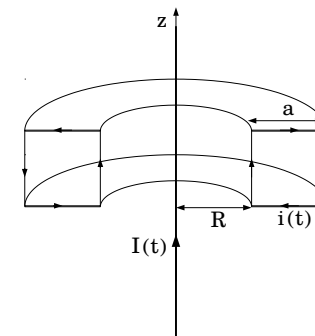
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2r} \vec{e}_\theta$$

où le fil est orienté suivant le vecteur \vec{e}_z , r est la distance au fil et I l'intensité électrique du courant le parcourant.

- 1.1 Commenter l'expression du champ magnétique.
- 1.2 Représenter le fil et quelques lignes de champ.
2. La pince ampèremétrique est un enroulement torique de N spires carrées qu'on ferme sur le fil de façon à ce que son axe soit confondu avec celui du fil. Le fil est parcouru par un courant harmonique de pulsation ω .
 - 2.1 Écrire l'équation différentielle vérifiée $u(t)$. On pourra exprimer l'inductance mutuelle M du système et admettre que $L = N.M$.
 - 2.2 Exprimer la fonction de transfert du système $\underline{T} = \frac{u}{I}$. Pour quel domaine de fréquence la mesure de I via u est possible ?
 - 2.3 Écrire alors le lien entre la valeur efficace de $u(t)$ et celle de $I(t)$.



(a) Coupe longitudinale

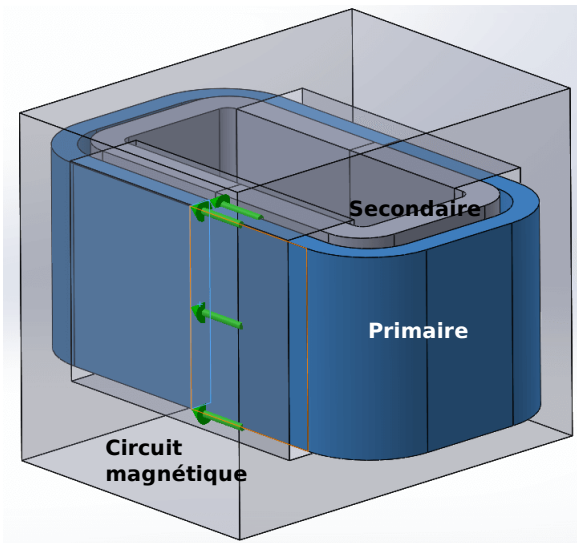


(b) Coupe transversale

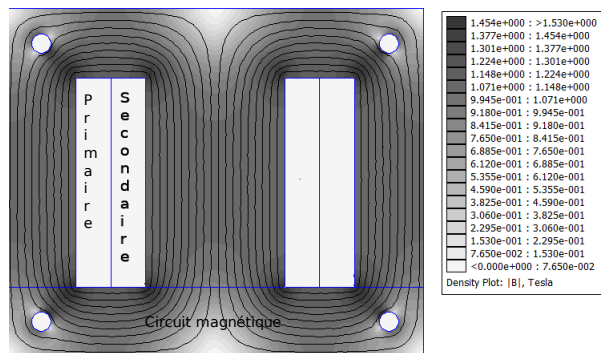
FIGURE 1 – Pince ampèremétrique. La résistance λ est très supérieure à celle du bobinage. L'inductance propre du bobinage vaut L .

EM2 – Le transformateur parfait

Un transformateur est constitué de deux enroulements appelés *primaire* et *secondaire* contenant respectivement N_p et N_s spires. Ces deux enroulements entourent le circuit magnétique (matériau ferromagnétique).



(a) Le transformateur. Dans cette géométrie, le primaire et le secondaire sont coaxiaux.



(b) Spectre magnétique (coupe longitudinale)

FIGURE 2 – Un transformateur

1. Spectre magnétique du transformateur.
 - 1.1 Représenter l'allure du spectre d'une bobine remplie d'air. Quel est l'effet du circuit magnétique sur les lignes de champ ?
 - 1.2 Que dire du champ magnétique au sein du secondaire et du primaire ?
2. On note u_p la tension aux bornes du primaire et u_s la tension aux bornes du secondaire. On suppose que le primaire et le secondaire sont enroulés en sens opposé, que la section S de leurs spires sont égales et que leurs résistances électriques sont négligeables. Montrer que :

$$u_s = m u_p$$

où m , appelé *rapport de transformation*, est une fonction à exprimer en fonction de N_p et N_s .

3. A quoi peut-être utilisé un transformateur ?
4. Dans le modèle du transformateur parfait, la puissance reçue par le secondaire est égale à la puissance fournie au primaire. En déduire le lien entre le courant i_p parcourant le primaire et le courant i_s parcourant le secondaire.

EM3 – Oscillateurs couplés par induction mutuelle

Deux circuits électriques sont couplés par induction mutuelle comme indiqué fig.3. On néglige la résistance électrique de chacun et on précise les relations suivantes : $L_1 = L_2 = L = 100$ mH, $C_1 = C_2 = C = 1$ μ F. On note M l'inductance mutuelle entre les deux circuits.

1. Soit q_1 et q_2 les charges des condensateurs à l'instant t , établir le système d'équations différentielles vérifié par q_1 et q_2 . On posera $k = \frac{M}{L} \leq 1$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
2. En posant, $u = \frac{1}{2}(q_1 + q_2)$ et $v = \frac{1}{2}(q_1 - q_2)$, écrire puis résoudre le système d'équations différentielles vérifié par u et v . On suppose $q_1(0) = Q$, $q_2(0) = 0$, $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$.
3. En déduire les expressions des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ aux bornes des condensateurs.
4. La résolution numérique du système précédent, pour différentes valeurs de k , donne les graphes fig.4a et 4b. Commenter.
5. En pratique, quels phénomènes vont limiter la durée des oscillations ?

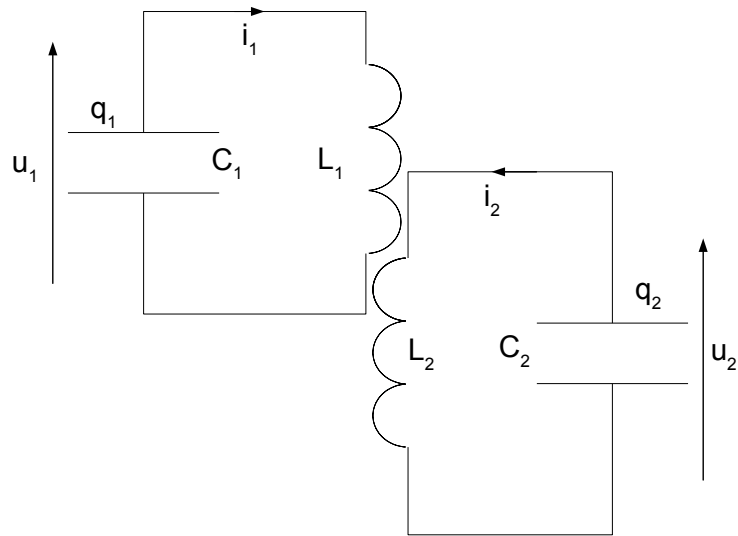
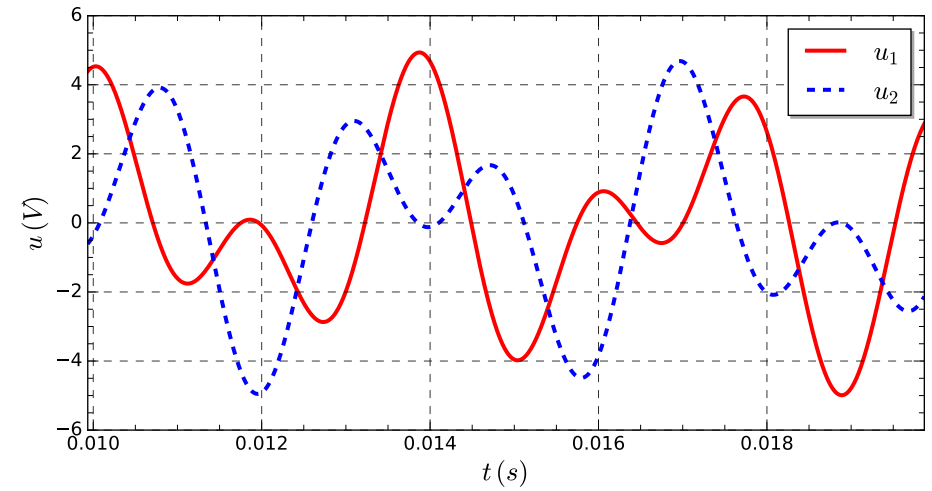
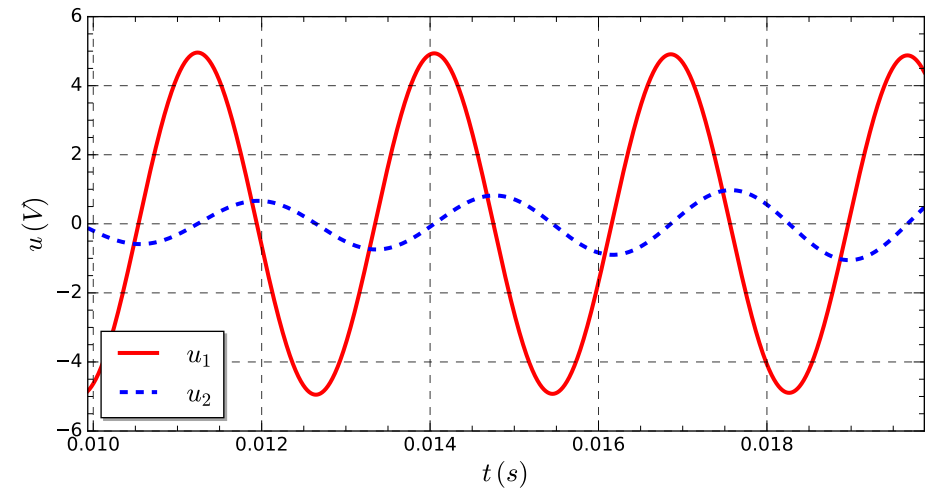


FIGURE 3 – Deux oscillateurs couplés par induction mutuelle



(a) $k = 0,5$



(b) $k = 0,01$

FIGURE 4 – Évolution des oscillateurs pour différents couplages