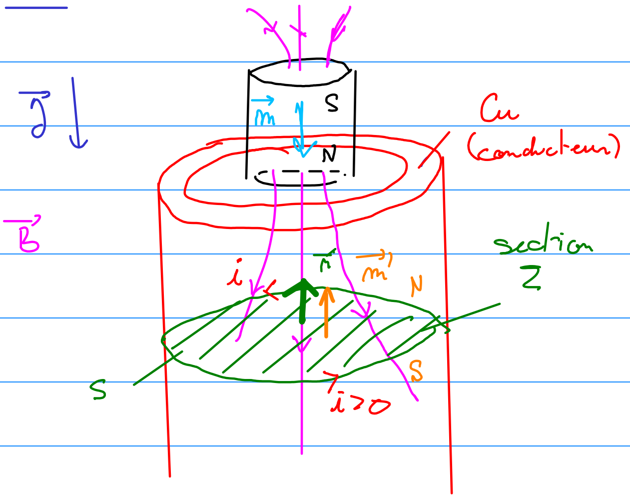
EM1 - Freinage d'un aimant

Obs : aimant ralenti dans sa chute.



$\vec{m}' = iS\vec{n}$

Interprétation :

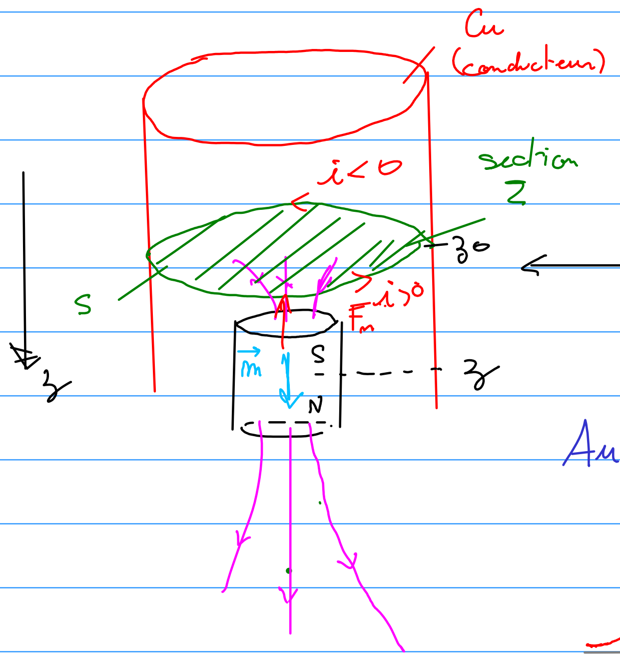
① Flux magnétique de l'aimant à travers une section du cylindre de cuivre.

② Chute de l'aimant $\Rightarrow$ le flux ϕ diminue à travers Σ

③ $\Rightarrow$ f.e.m induite $\Rightarrow$ courant induit (boucle de courant).

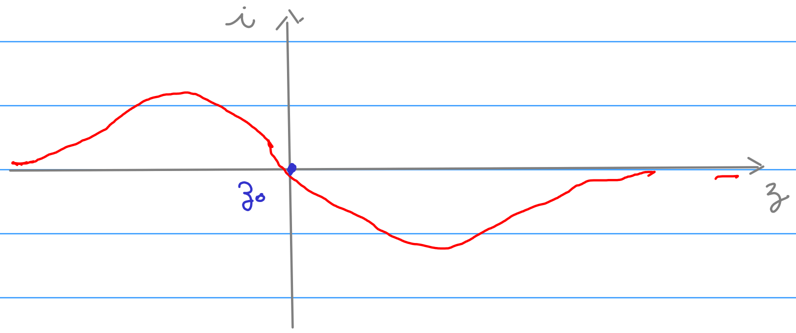
④ Loi de Lenz : $\underbrace{\text{force } \vec{F}_m}_{\text{effet}}$ de boucle de courant sur l'aimant telle qu'elle s'oppose à sa $\underbrace{\text{chute}}_{\text{cause}}$.

⑤ $\Rightarrow i > 0$.

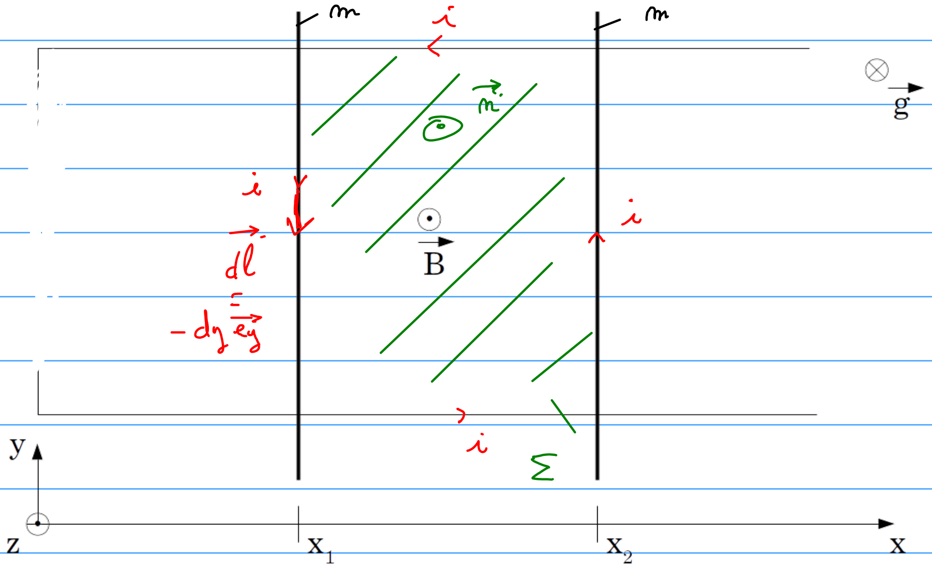


dans cette situation, la boucle attire l'aimant $\Rightarrow i < 0$

Au cours de la chute :



EM2 - Rails de Laplace avec 2 cylindres



à $t=0$, $\dot{x}_2(0) = v_0 > 0$
$\dot{x}_1(0) = 0$

1/ Mot des cylindres?

① Déplacement des cylindre $\Longrightarrow$ variat° de ϕ à travers Σ

② $\Rightarrow$ courant induit

③ $\Rightarrow$ force de Laplace effet

④ Loi de Lenz $\Rightarrow$ la force de Laplace s'oppose à la variation de surface. cause

⑤ En régime établi, la surface ne varie plus. i.e. $v_{1\infty} = v_{2\infty}$ (cause de l'induction = la différence de vitesse entre les 2 cylindres).

2/ Equations vérifiées par $\dot{x}_2 = v_2$, $\dot{x}_1 = v_1$

Σ = cylindre 1

Ref = labo $\mathcal{R}$, galiléen.

Hyp : mvt de translation rectiligne

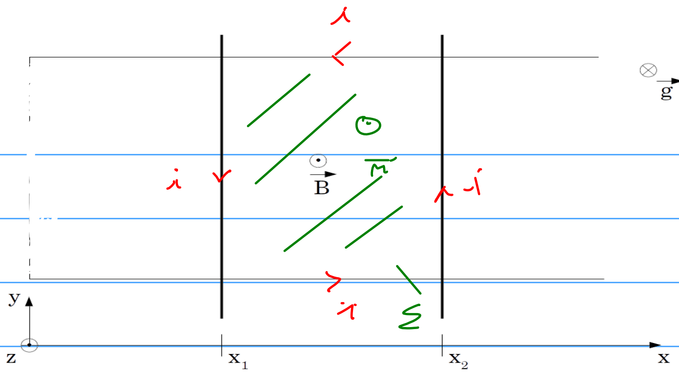
IDF : - poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\,\vec{e_z}$

- réact° normale $\vec{N} = N\vec{e_z}$

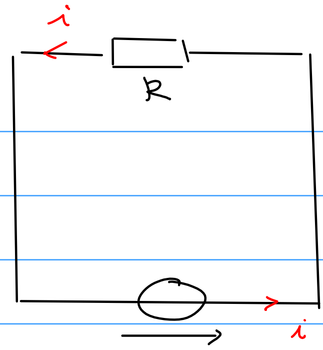
- force de Laplace : $\vec{F_L} = \int i\,\vec{dl} \wedge \vec{B} = i\int_0^a -dy\,\vec{e_y} \wedge B\vec{e_z} = -iBa\,\vec{e_x}$

TCM : $m\dfrac{d\vec{v_1}}{dt} = -mg\,\vec{e_z} + N\vec{e_z} - iBa\,\vec{e_x}$, $\vec{v_1} = v_1\,\vec{e_x}$

$\cdot\ \vec{e_x}$: $\dfrac{dv_1}{dt} = -\dfrac{iBa}{m}$ (1), $i = ?$ équat° électrique.



$\Longleftrightarrow$



$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B}\cdot\vec{dS} = B\vec{e_z}\cdot\iint_{\Sigma}\vec{dS} = B\vec{e_z}\cdot\vec{e_z}\underbrace{\iint_{\Sigma} dS}_{S = a(x_2 - x_1)}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \Phi = aB(x_2 - x_1)$$

$$\Longrightarrow \quad e(t) = aB(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = aB(v_1 - v_2) \Longrightarrow \boxed{i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{aB}{R}(v_1 - v_2).}$$

D'où (1) : $\dfrac{dv_1}{dt} = -\underbrace{\dfrac{a^2B^2}{mR}}(v_1 - v_2) \Longleftrightarrow \boxed{\dfrac{dv_1}{dt} = -\dfrac{v_1 - v_2}{\tau}}$ (1)

$V.T^{-1}$ T^{-1} V

$$\boxed{\tau = \frac{mR}{a^2B^2}}$$

De = pour le cylindre 2 : $\boxed{\dfrac{dv_2}{dt} = \dfrac{v_1 - v_2}{\tau}}$ (2)

3/ $\begin{cases} \dfrac{dv_1}{dt} = -\dfrac{v_1 - v_2}{\tau} & (1) \\ \dfrac{dv_2}{dt} = +\dfrac{v_1 - v_2}{\tau} & (2) \end{cases}$ à résoudre.

Découplage : $\begin{array}{l} p = v_1 + v_2 \\ q = v_1 - v_2 \end{array} \Longleftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{1}{2}(p+q) \\ v_2 = \frac{1}{2}(p-q) \end{cases}$

(1) + (2) : $\dfrac{dp}{dt} = 0$ (3)

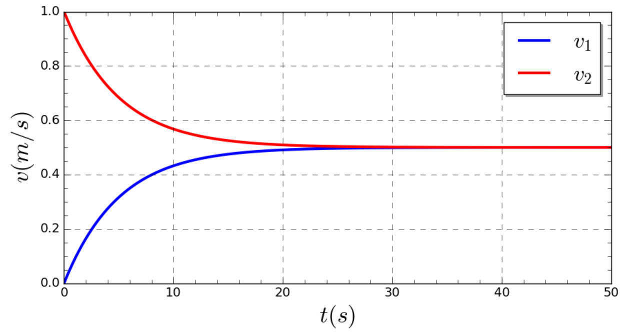
(1) − (2) : $\dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{2}{\tau}q$ (4)

(3) $p(t) = p(0) = v_1(0) + v_2(0) = v_0$

(4) $q(t) = Ae^{-2t/\tau}$ Or $q(0^+) = q(0) \Leftrightarrow A = -v_0 \Rightarrow$

$$\boxed{\begin{array}{l} p(t) = v_0 \\ q(t) = -v_0\, e^{-2t/\tau} \end{array}}$$

D'où $$\boxed{\begin{aligned} v_1 &= \frac{v_0}{2}\left(1-e^{-2t/\tau}\right) \\ v_2 &= \frac{v_0}{2}\left(1+e^{-2t/\tau}\right) \end{aligned}}$$



4/ En régime établi i.e. pour $t \gg \tau$, $v_{1\infty} = v_{2\infty} = \frac{v_0}{2}$

Conforme à la loi de Lenz.

5/ Energie dissipée par effet Joule au cours du processus, E_J

L'effet Joule est la seule source de dissipat° donc :

$E_J = \Delta U$ où U est l'énergie électromécanique du circuit.

$\Delta U = U_\infty - U_0$

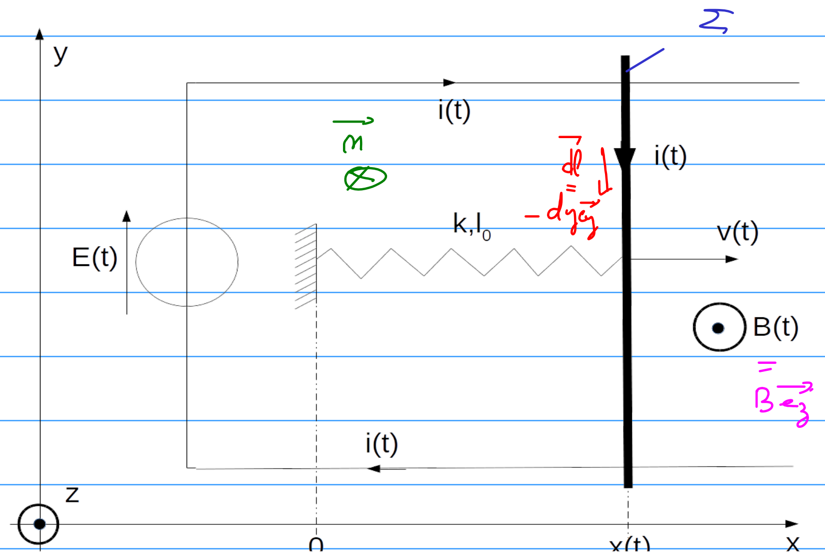
$i(\infty) = i_0 = 0$ donc $U_\infty = \frac{1}{2}m v_{1\infty}^2 + \frac{1}{2}m v_{2\infty}^2 = \frac{1}{4}m v_0^2$

$U_0 = \frac{1}{2}m v_0^2$

D'où $\boxed{E_J = \frac{1}{4}m v_0^2}$.

50% de l'énergie initiale est dissipée au cours du processus

EM3 - Haut-parleur.



1) Equat° mécanique.

Σ = cylindre

Rf = $\mathcal{R}$, galiléen.

IDF : – poids

– réaction normale

– $\vec{F_L} = \int_0^a i\vec{dl} \wedge \vec{B}$

$= -iBa\vec{e_x}$

– frottements fluides

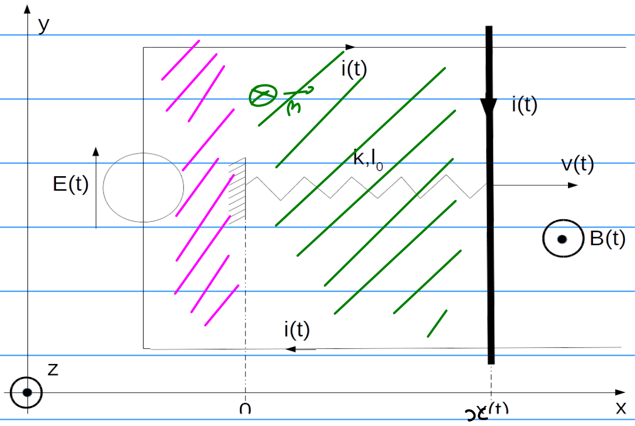
$\vec{f} = -\mu \dot{x}\vec{e_x} = -\mu\dot{X}\vec{e_x}$

– $\vec{T} = -k(x - l_0)\vec{e_x}$

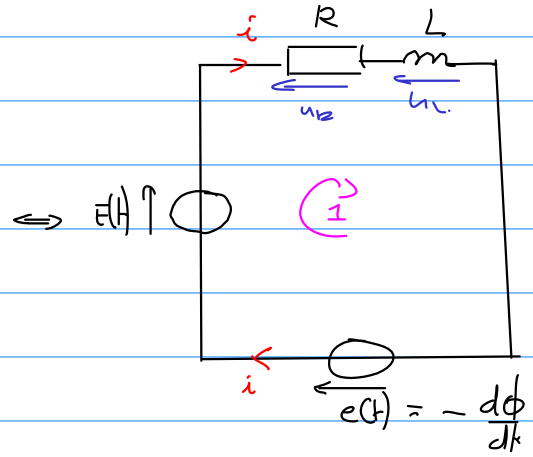
$\vec{T} = -kX\vec{e_x}$

TCI : $\boxed{m\ddot{X} = -kX - \mu\dot{X} - iBa}$ (1)

2) Equat° électrique.



$\Leftrightarrow$



$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} \quad \text{avec} \quad \phi = \underbrace{\phi_0}_{\text{cste}} - x a B \Rightarrow e(t) = a B \dot{x} = a B \dot{X}$$

$\circlearrowleft_1$: $E + e - u_R - u_L = 0 \Leftrightarrow \boxed{L\frac{di}{dt} + Ri = E + aB\dot{X}}$ (E)

3/ Energie : $U = E_c + E_p + E_L = \frac{1}{2}m\dot{X}^2 + \frac{1}{2}kX^2 + \frac{1}{2}Li^2$

Equat° vérifiée par U.

$$(E)i + (M)\times\dot{X} : L\frac{di}{dt}i + Ri^2 + m\dot{X}\ddot{X} = Ei + \underbrace{\overbrace{aB\dot{X}i}^{P_e} - \overbrace{iBa\dot{X}}^{P_L}}_{0} - \mu\dot{X}^2 - kX\dot{X} \qquad P_e + P_L = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}m\dot{X}^2 + \frac{1}{2}kX^2\right) = Ei - Ri^2 - \mu\dot{X}^2 \quad \text{conversion électromécanique}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dU}{dt} = Ei - \underbrace{Ri^2 - \mu\dot{X}^2}}$$

puissance dissipée

variat° d'énergie du système

puissance apportée par le générateur

4/ $E = E_0\cos(\omega t) \Rightarrow \begin{cases} i(t) = i_m\cos(\omega t + \varphi) \\ X(t) = X_m\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$

syst linéaire.

5/ $\underline{Z} = \dfrac{\underline{E}}{\underline{i}}$

$$\begin{cases} L\dfrac{di}{dt} + Ri = \underline{E} + aB\dot{\underline{X}} \iff jL\omega\,\underline{i} + R\underline{i} = \underline{E} + aBj\omega\underline{X} \quad (*) \\ \ddot{\underline{X}} = -\underbrace{\dfrac{k}{m}}_{\omega_0^2}\underline{X} - \underbrace{\dfrac{\mu}{m}}_{2\lambda}\dot{\underline{X}} - \underline{i}\dfrac{Ba}{m} \iff -\omega^2\underline{X} = -\omega_0^2\underline{X} - 2\lambda j\omega\underline{X} - \underline{i}\dfrac{Ba}{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{X} = -\underline{i} \times \frac{Ba/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}$$

$$(*)\quad jL\omega\,\underline{i} + R\underline{i} = \underline{E} - \frac{\frac{B^2a^2}{m}j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}\,\underline{i}$$

$$(*)\quad \underline{i}\left(R + jL\omega + \frac{B^2a^2/m\; j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}\right) = \underline{E}$$

$$\iff \boxed{\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m} \quad \text{avec} \quad \boxed{\underline{Z}_m = \frac{B^2a^2/m\; j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\lambda\omega}}$$

résulte du mvt de la bobine

6/ Allure de $Z = |\underline{Z}|$.

$\omega \longrightarrow 0 \qquad Z \longrightarrow R$

$\omega \longrightarrow +\infty \qquad Z \longrightarrow +\infty$