



## TD M2 – LOIS DE LA DYNAMIQUE

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

### M1 – Ascension des bulles de champagne

On considère les bulles migrant vers la surface d'une flûte emplies de champagne. Ces bulles, de rayon  $r \approx 200 \mu\text{m}$ , en moyenne sont essentiellement constituées de dioxyde de carbone. On considère un modèle d'ascension purement verticale des bulles dans lequel, outre au poids, elles sont soumises :

- à la poussée d'Archimède  $\vec{\Pi} = -\rho_{ch} V \vec{g}$ ;
- à la force de Stokes  $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$ .

avec  $\rho_{ch}$  la masse volumique du champagne,  $\eta = 1,3 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}^{-1}$  la viscosité dynamique du champagne,  $V$  le volume de la bulle,  $\vec{g}$  le champ de pesanteur.



<https://lejournal.cnrs.fr/videos/champagne-lodysee-des-bulles>

FIGURE 1 – Bulles de champagne à la surface d'une flûte

1. En supposant que le dioxyde de carbone est à pression et température ambiante, déterminer la masse moyenne  $m$  d'une bulle de champagne.

2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par une bulle de champagne. Que penser du poids de la bulle ?
3. Montrez qu'il existe un régime transitoire de durée  $\tau$  dont on évaluera numériquement la valeur. Commenter. Exprimer alors la vitesse  $v$  des bulles de champagnes en fonction de leur rayon notamment.
4. Des mesures conduisent aux résultats fig.2. Qu'en pensez-vous ?

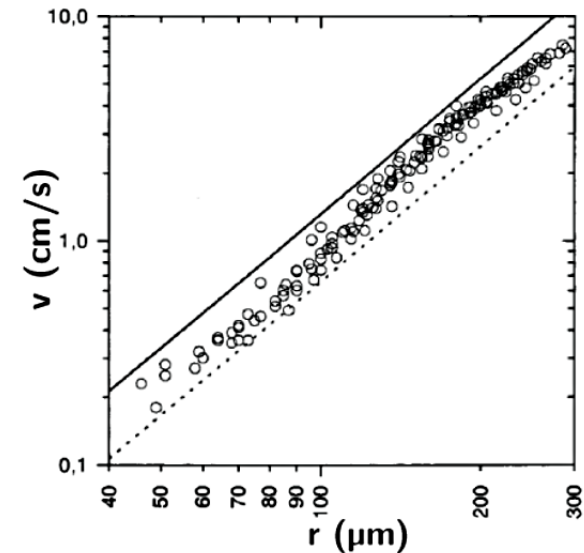


FIGURE 2 – Résultats expérimentaux relatifs à la vitesse ascensionnelle des bulles de champagne. Liger-Belair et al. (2000).

## M2 – Saut d'une voiture sur une bosse

Une voiture de masse  $m$ , assimilée à un point matériel  $M$ , se déplace le long d'une route bosselée avec une vitesse de norme  $v$  constante. Une bosse est modélisée par un arc de cercle  $\widehat{BC}$ , de rayon  $R$  et d'angle d'ouverture  $2\alpha$ , prolongé par ses tangentes en  $B$  et en  $C$  (fig.3). Le référentiel terrestre est supposé galiléen. On se demande à quelle condition la voiture décolle du sol.

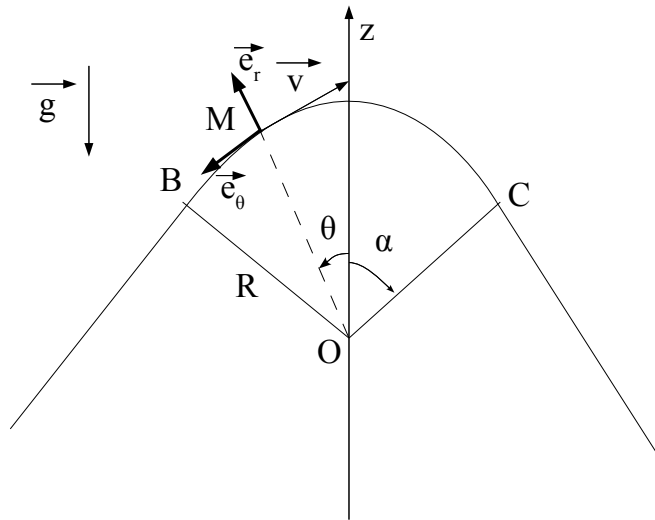


FIGURE 3 – Modélisation de la bosse

1. Dégager, par analyse dimensionnelle, une vitesse caractéristique du problème.
2. Vitesse de décollage. On admet que la voiture décolle au point où la norme de la réaction normale  $\|\vec{N}\|$  s'annule.
  - 2.1 Représenter la réaction tangentielle  $\vec{T}$  de la route sur la voiture. Dans quelle sens est-elle orientée? Pourquoi?
  - 2.2 Déterminer l'équation du mouvement de la voiture

2.3 Montrer que  $\vec{a} \cdot \vec{e}_r = -\frac{v^2}{R}$ .

2.4 En déduire une condition sur la valeur de la vitesse  $v$  pour que la voiture décolle en  $\theta$ .

3. On rappelle que  $v$  est constante. Si la voiture décolle, en quel point le fait-elle nécessairement?

## M3 – Amortissement et arrêt d'un oscillateur

On considère un mobile, de centre de masse  $M$  et de masse  $m$ , attaché à un ressort (de raideur  $k$  et longueur à vide  $l_0$ ) dont l'autre extrémité  $O$  est fixe dans le référentiel terrestre  $R$ , supposé galiléen (fig.4). On écarte le mobile de sa position d'équilibre puis on le lâche. Après quelques oscillations, le mobile s'arrête. L'enregistrement du mouvement est représenté fig.5.

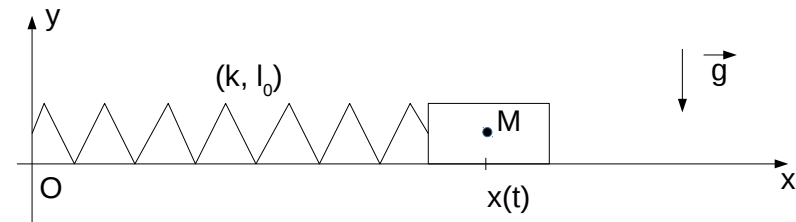
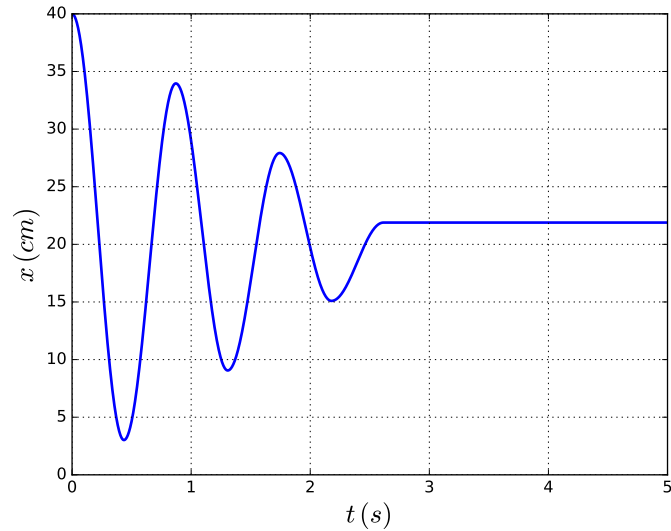
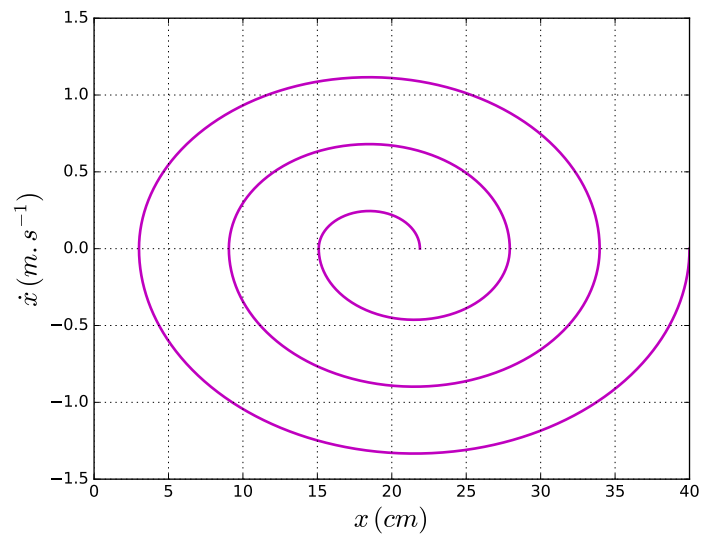


FIGURE 4 – Oscillateur

1. Commenter les graphes fig.5. Peut-on rendre compte du mouvement par une force de frottement fluide du type  $\vec{f} = -h\vec{v}$  ( $h > 0$ )?
2. En supposant que la force de frottement obéisse aux lois du frottement solide (doc.1), borner la position d'équilibre pour  $\mu = 0,12$  du mobile. Ce résultat est-il cohérent avec la trajectoire de phase?



(a) Amplitude des oscillations



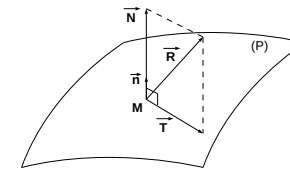
(b) Trajectoire de phase

FIGURE 5 – Mouvement du mobile.  $m = 0,500$  kg,  $k = 13$  N  $\cdot$  m $^{-1}$ ,  $l_0 = 20$  cm

### Doc.1 – Lois du frottement solide pour une translation

Soit un système solide en contact avec un support solide et en translation à la vitesse  $\vec{v}$  par rapport à ce support. Le système subit :

- la réaction normale  $\vec{N}$  : orthogonale au support, sa norme dépend du mouvement du système et des autres forces ;
- la réaction tangentielle ou frottement solide  $\vec{T}$ , orthogonale à  $\vec{N}$ .



Il y a non glissement (i.e.  $\vec{v} = \vec{0}$ ) tant que  $T < N$ . En cas de glissement,  $\vec{T}$  est colinéaire de sens opposé à  $\vec{v}$  et sa norme vaut  $T = \mu N$  où  $\mu$  est le coefficient de frottement dynamique relatif aux surfaces en contact.