



# TDS12 – OSCILLATEUR HARMONIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL FORCÉ

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

## S1 – Trajectoire de phase

On considère un oscillateur harmonique à l'équilibre à  $t < 0$ . A  $t = 0$ , on soumet cet oscillateur à une excitation harmonique  $X_e(t) = X_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . On note  $X(t)$  la réponse de l'oscillateur.

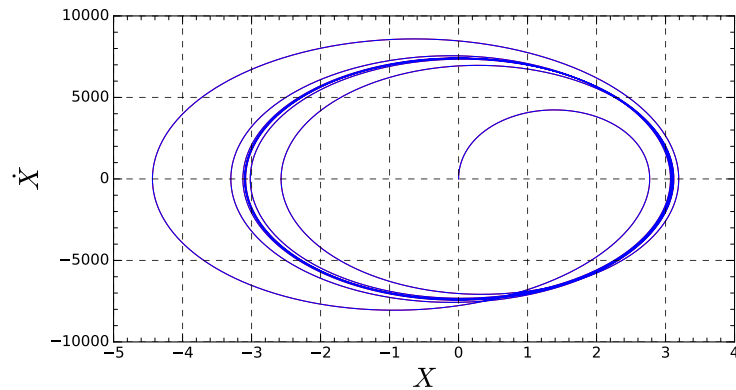


FIGURE 1 – Que nous dit cette trajectoire de phase ?

Interpréter la trajectoire de phase représentée fig.1.

## S2 – Tension aux bornes de la bobine d'un circuit RLC-série

Soit un circuit RLC série soumis à une tension  $e(t) = E \cos(\omega t)$  ( $E > 0$ ). On note  $u_L(t)$  la tension aux bornes de la bobine. Les composants sont tels que  $L = 100 \text{ mH}$ ,  $C = 0,10 \mu\text{F}$  et  $R$  est une résistance variable.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_L(t)$  aux bornes de la bobine. On posera  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  et  $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$ .
2. En régime établi, quelle forme aura la fonction  $u_L(t)$ ? Déterminer complètement  $u_L(t)$ .
3. Montrer analytiquement que :
  - que l'existence d'une résonance dépend de  $Q$ ,
  - que la fréquence de résonance  $f_r$ , lorsqu'elle existe, dépend de  $Q$  (comparer  $f_r$  à la fréquence propre  $f_0$  du circuit).
4. Tracer l'allure de l'amplitude de  $u_L(t)$  en fonction de  $\omega$  en absence et en présence d'une résonance.

## S3 – Pourquoi le ciel est-il bleu ?

La couleur bleue du ciel résulte de l'interaction des électrons des atomes et molécules atmosphériques avec la lumière émise par le Soleil.

On représente les atomes par le modèle proposé par Thomson au début du XX<sup>ème</sup> siècle. Il consiste en l'association d'un noyau chargé positivement à l'intérieur duquel se déplace les électrons de charge  $-e$  et de masse  $m$  (fig.2). Le proton  $O$  exerce alors une force de rappel  $\vec{F}$  sur chaque l'électron  $M$ . Les pertes d'énergie de l'électron, par rayonnement, dues à son mouvement sont modélisées par une force de frottement fluide  $\vec{f}$ .

La lumière est, elle, une onde électromagnétique essentiellement caractérisée par un champ électrique oscillant qui s'écrit au niveau de l'atome  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ .

On rappelle qu'une charge  $q$  plongée dans un champ électrique  $\vec{E}$  est soumis à une force  $q\vec{E}$  et que l'interaction gravitationnelle est négligeable à l'échelle atomique.



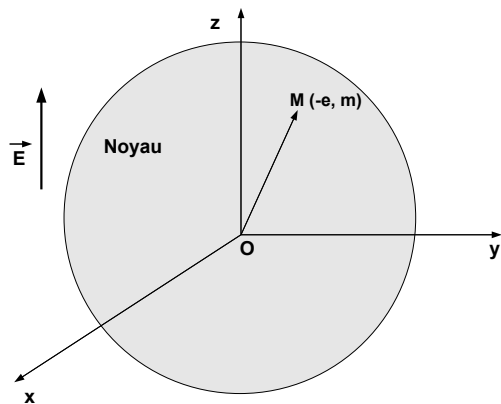


FIGURE 2 – Atome de Thomson

Enfin, pour simplifier, on supposera le noyau atomique fixe dans le référentiel terrestre, lui même supposé galiléen.

Après un régime transitoire d'une courte durée, l'électron oscille suivant la direction du champ électrique de l'onde. La force de rappel s'écrit alors  $\vec{F} = -kz\vec{e}_z$  et la force de frottement fluide s'écrit  $\vec{f} = -h\dot{z}\vec{e}_z$ .

1. Écrire l'équation du mouvement de l'électron suivant  $\vec{e}_z$ . On posera  $2\alpha = \frac{h}{m}$  et  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ .
2. Exprimer alors l'amplitude complexe  $\underline{z}$  du mouvement de l'électron en fonction de  $\omega$  en régime établi.
3. En déduire l'accélération  $a(\omega)$  puis en proposer une expression approchée sachant que  $\omega_0 \gg \alpha$ . On posera  $a_0 = eE_0/m$  et  $x = \omega_0/\omega$ .
4. La couleur du ciel ! La lumière visible correspond au spectre  $[\omega_1, \omega_2]$  avec  $\omega_1$  et  $\omega_2 \ll \omega_0$ . Une charge en accélération émet dans toutes les directions un rayonnement électromagnétique de puissance  $P(\omega) = \mu a^2(\omega)$ .
  - 4.1 Déterminer l'expression de la puissance  $P$  rayonnée par l'électron et représenter graphiquement son allure.
  - 4.2 Expliquer pourquoi dans le domaine visible, la puissance rayonnée  $P(\lambda)$  peut être approchée par l'expression :

$$P(\lambda) \approx \mu a_0 \frac{\lambda_0^4}{\lambda^4}$$

où  $\lambda$  est la longueur de la lumière incidente et  $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0}$ ,  $c$  la célérité de la lumière dans le vide.

- 4.3 La puissance lumineuse calculée précédemment est rayonnée dans toutes les directions par les molécules. Faire un schéma et calculer  $P$  pour le rouge et pour le bleu. Cela est-il suffisant pour expliquer la couleur bleue du ciel ?

#### S4 – Ouverture : comment briser un verre avec un son ?

Regarder la vidéo fig.3.



FIGURE 3 – Briser un verre avec un son. <https://www.youtube.com/watch?v=JxoZ1C5ADAM>

Interpréter le phénomène et expliquer sommairement comment reproduire cette expérience.

#### S5 – Topographie à l'aide d'un microscope AFM

On s'intéresse au principe de topographie de la surface d'un échantillon à l'aide d'un microscope à force atomique (AFM) en mode oscillant (NC-AM).

1. On considère le système {masse+ressort} fig.4 dans lequel le ressort est doué d'une raideur  $k$  et d'une longueur à vide nulle et dont l'extrémité

supérieure  $A$  est animé d'un mouvement harmonique  $z_A(t) = h_0 \cos(\omega t)$ . A l'extrémité inférieure est attachée une pointe de masse  $m$ . Les effets dissipatifs, très faibles, sont modélisés par la force  $\vec{f} = -\beta\vec{v}$ . A l'échelle d'étude, le poids est négligeable.

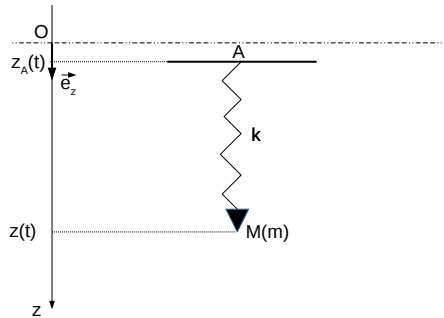


FIGURE 4 – Système {masse+ressort}

- 1.1 Quelle équation différentielle vérifie  $z$  ?
- 1.2 Exprimer l'amplitude  $z_m$  des oscillations de la pointe.  
On note  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 300,77 \text{ kHz}$ .
- 1.3 Existe-t-il une résonance ? Si oui, pour quelle fréquence ? Représenter graphiquement l'amplitude des oscillations de la pointe .
2. En fait, le système {masse+ressort} modélise le comportement mécanique de la sonde d'un microscope à force atomique (fig.5). Lorsqu'on approche la pointe de la sonde à la distance  $e$  d'un l'échantillon, elle subit la force  $\vec{F} = \frac{\alpha}{e^2} \vec{e}_z$ ,  $\alpha > 0$ . L'amplitude des oscillations  $z(t)$  est très faible devant la distance  $D$  de la sonde à l'échantillon et on suppose que la position d'équilibre de la pointe reste égale à 0.
  - 2.1 Comment s'écrit de façon approchée la nouvelle équation différentielle vérifiée par  $z(t)$  ?
  - 2.2 Interpréter alors la courbe fig.6.
  - 2.3 Proposer une méthode pour topographier la surface d'un échantillon (c'est-à-dire pour mesurer son relief) à l'aide du microscope à force atomique.

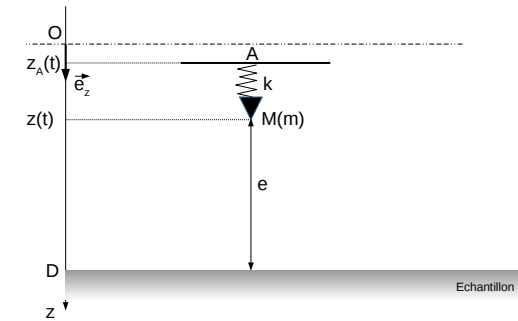
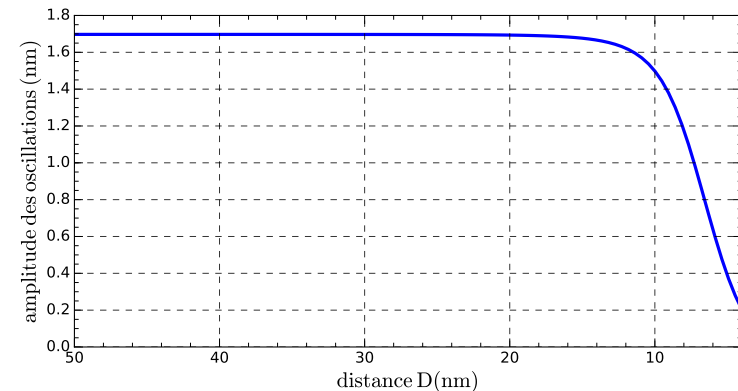


FIGURE 5 – Sonde de l'AFM au voisinage de la surface de l'échantillon

FIGURE 6 – Amplitude des oscillations de la sonde suivant la distance à l'échantillon pour une excitation harmonique à la fréquence  $f = 300,77 \text{ kHz}$