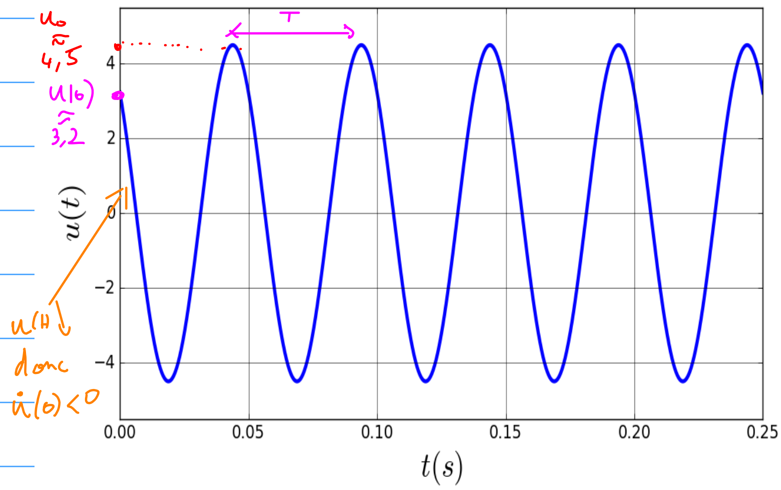
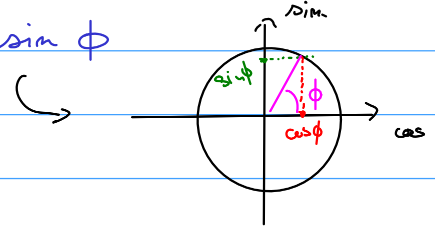
TD S2 - Corrigé

S1. Signal sinusoïdal



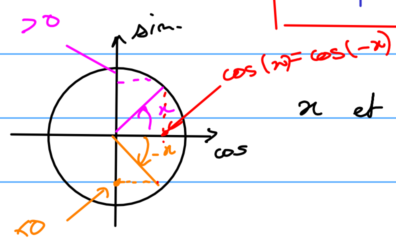
- période $T = 5{,}0 \times 10^{-2}$ s
- fréquence $f = \frac{1}{T} = 20$ Hz
- pulsation $\omega = 2\pi f = 125{,}6$ rad.s^{-1}
- phase à l'origine ϕ.

Déterminer $\phi \iff$ déterminer $\cos\phi$ et $\sin\phi$



A $t=0$, $u(0) \approx 3{,}2$ et $u(0) = u_0 \cos\phi \Rightarrow \boxed{\cos\phi = \frac{u(0)}{u_0}.}$

$\iff \boxed{\phi = \pm \arccos\left(\frac{u(0)}{u_0}\right)}$



x et -x ont même cosinus

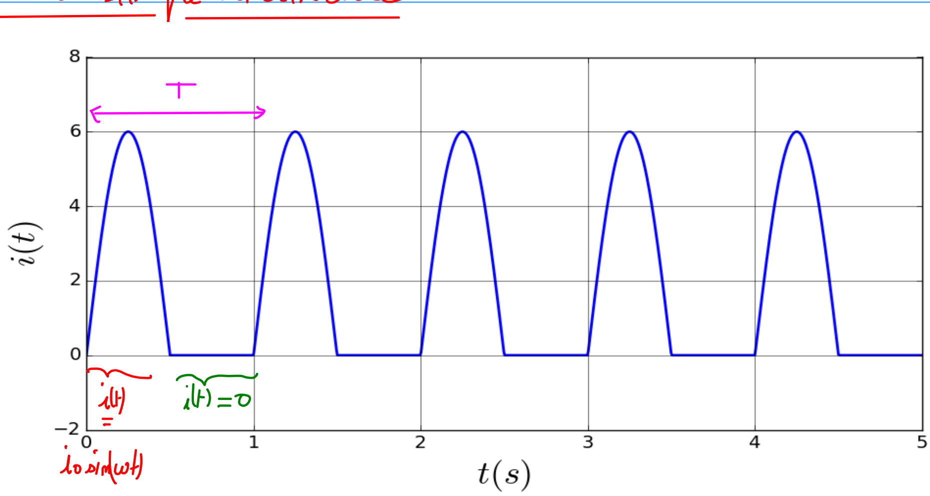
Le signe de $\sin\phi$ donne le signe de ϕ. Déterminons le.

$\dot{u}(t) = -u_0\omega\sin(\omega t + \phi) \Rightarrow \underbrace{\dot{u}(0)}_{<0} = \underbrace{-u_0\omega}_{<0}\sin\phi \Rightarrow \sin\phi > 0.$

à $t=0$ $u(t)$ est ↘.

Donc $\boxed{\phi = \arccos\left(\frac{u(0)}{u_0}\right)}$ A.N : $\phi = +0{,}78$ rad.

S2. Signal redressé simple alternance



1) $I_m = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{1}{T}\Big(\underbrace{\int_0^{T/2} i(t)\,dt}_{J_1} + \underbrace{\int_{T/2}^{T} i(t)\,dt}_{J_2}\Big)$

$\omega T = 2\pi$

$J_1 = \int_0^{T/2} i_0 \sin\omega t\,dt = i_0 \times \left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_0^{T/2} = -\frac{i_0}{\omega}\left[\cos\frac{\omega T}{2} - \cos 0\right] = \frac{2 i_0}{\omega}$

$J_2 = \int_{T/2}^{T} i(t)\,dt = \int_{T/2}^{T} 0\,dt = 0$

$\omega T = 2\pi$

$\Rightarrow \quad I_m = \frac{2 i_0}{\omega T} \Rightarrow \boxed{I_m = \frac{i_0}{\pi}}$ homogène ✓

$I_m > 0$ comme le montre le graphe ✓

A comparer à $I_m = 0$ pour un signal sinusoïdal.

2) $I_{eff} = \sqrt{\langle i(t)^2 \rangle} = \left(\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt\right)^{1/2} = \Big(\frac{1}{T}\Big(\underbrace{\int_0^{T/2} i^2(t)\,dt}_{J_3} + \underbrace{\int_{T/2}^{T} i^2(t)\,dt}_{=0}\Big)\Big)^{1/2}$ car $i(t) = 0$ sur $[T/2, T]$

$J_3 = \int_0^{T/2} i_0^2 \sin^2\omega t\,dt$. Pour intégrer, on linéarise le $\sin^2\omega t$ avec

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

$\Rightarrow J_3 = \frac{i_0^2}{2}\int_0^{T/2}(1 - \cos(2\omega t))\,dt = \frac{i_0^2}{2} \times \Big(\underbrace{\int_0^{T/2} dt}_{T/2} - \underbrace{\int_0^{T/2}\cos(2\omega t)\,dt}_{=0}\Big)$ car $\cos 2\omega t$ est $T/2$-périodique.

$\Rightarrow J_3 = \frac{i_0^2 \times T}{4}$

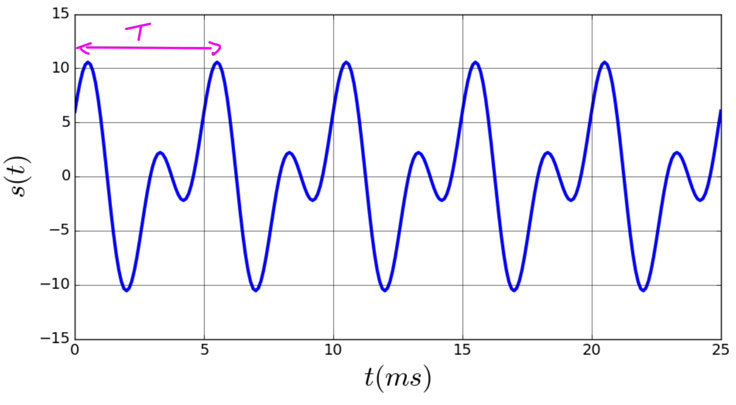
D'où : $I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \times \frac{i_0^2 T}{4}} \Rightarrow \boxed{I_{eff} = \frac{i_0}{2}}$

A comparer à $I_{eff} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$ pour un signal sinusoïdal de même amplitude.

S3 - Somme et produit de 2 signaux sinusoïdaux

$s_1(t) = s_m \cos\omega t$, $s_2(t) = s_m \sin(2\omega t)$

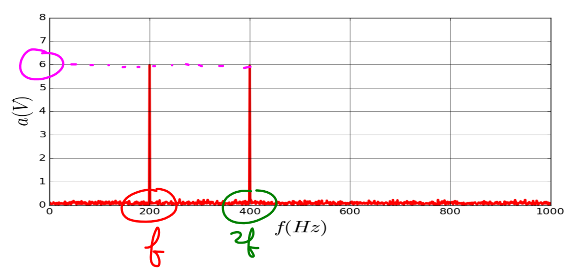
1) $s(t)$ est périodique de période $T \approx 5$ ms. $\Rightarrow f = 200$ Hz

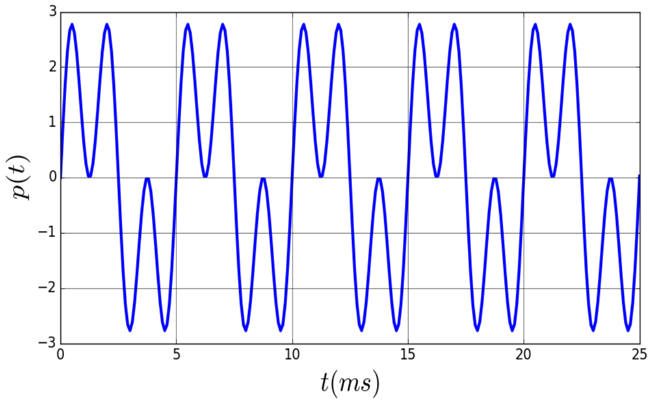


2) $s(t) = s_m \cos\omega t + s_m \sin(2\omega t)$

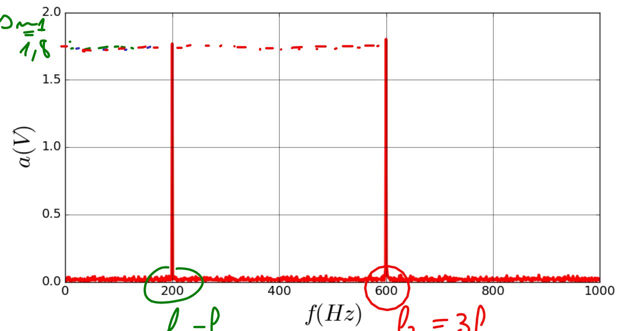
avec $s_m = 6$ V et $\omega = 1200$ rad.s^{-1}

s_m





$A = s_{m2} = s_{m1}$
$= 1,8 \quad = 1,8$



$f_1 = f \qquad f_2 = 3f$

avec $f = 200\,Hz$

1) $p(t) = s_{m1}\cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + s_{m2}\cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$

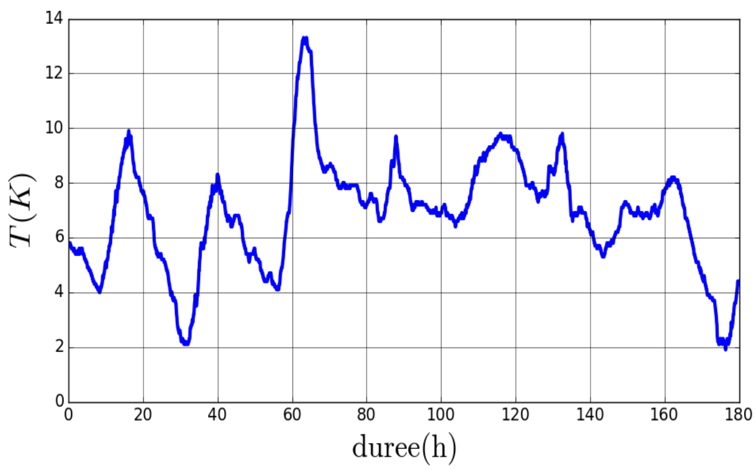
$$\boxed{p(t) = A\cos(2\pi f t + \varphi_1) + A\cos(6\pi f t + \varphi_2)}$$

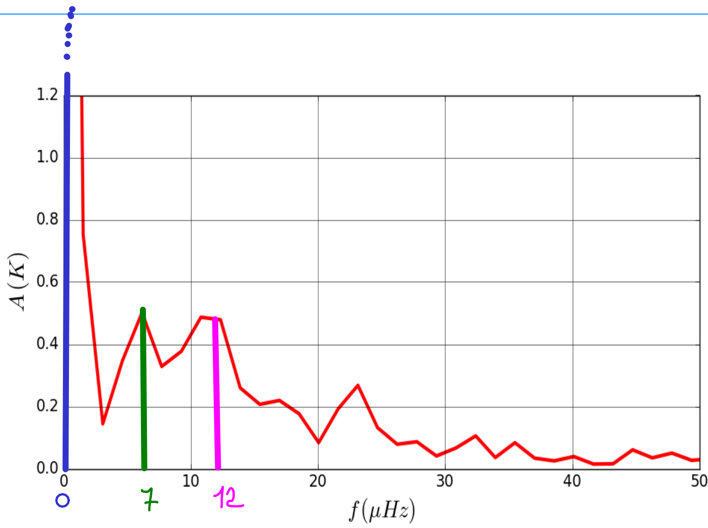
2) $p(t) = k s_1(t) s_2(t) = k s_m^2 \cos\omega t \sin(2\omega t)$. A développer.

Or $\cos a \sin b = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) - \sin(a-b)\right)$ avec $a = \omega t$ et $b = 2\omega t$

D'où : $p(t) = \underbrace{\frac{k s_m^2}{2}}_{s_{m1} = 1,8V}\cos(\underbrace{3\omega t}_{2\pi\times 3f \text{ avec } f = 200Hz}) + \underbrace{\frac{k s_m^2}{2}}_{s_{m2} = 1,8V}\sin(\underbrace{\omega t}_{2\pi f \text{ avec } f = 200Hz})$

S4. Relevé de température





1) le signal T n'est pas périodique.

2) $f_1 = 0\,\mu Hz \rightarrow$ valeur moyenne de T.

$f_2 = 7\,\mu Hz \Rightarrow T = 1/f_2 \approx 40$ h ???

$f_3 = 12\,\mu Hz \Rightarrow T = 1/f_3 \approx 23$ h $\rightarrow$ alternance jour/nuit

3) T(t) est « quasi-périodique ».