TD S4 – Superposition d'ondes

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

S1 – Modes propres de vibration d'une corde

On considère une corde horizontale, de longueur $L = 117\,\text{cm}$, tendue à l'aide d'une masse $M = 25\,\text{g}$ dont les extrémité sont maintenues fixes. On note $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ la célérité des ondes pouvant se propager le long de la corde où μ est sa masse linéique et T sa tension.

1. La corde est soumise à une excitation sinusoïdale de fréquence f. On observe des résonances (correspondant aux modes propres) pour :
   - $f = 19\,\text{Hz}$: deux fuseaux ;
   - $f = 28\,\text{Hz}$: trois fuseaux.

   1.1 Ces valeurs numériques sont-elles compatibles entre elles ?

   1.2 Quelles seraient les trois fréquences de résonance suivantes ?
2. Que vaut la célérité c des ondes se propageant le long de la corde ?
3. En déduire la masse linéique de la corde.

S2 – Ordre d'interférences

On considère une expérience effectuée dans une cuve à onde avec des sources E_1 et E_2 séparées d'une distance a , vibrant de manière synchrone et en phase (fig.1).

La longueur d'onde est λ et on note, pour chaque point M du plan d'eau, $\delta = E_1M - E_2M$ la différence de marche entre les ondes émises par E_1 et E_2. On appelle *ordre d'interférence* p le rapport :

$$p = \frac{\delta}{\lambda}$$

1. Quelles sont les valeurs de δ et p sur la médiatrice du segment $[E_1E_2]$? Quel type d'interférences observe-t-on sur ce lieu ?

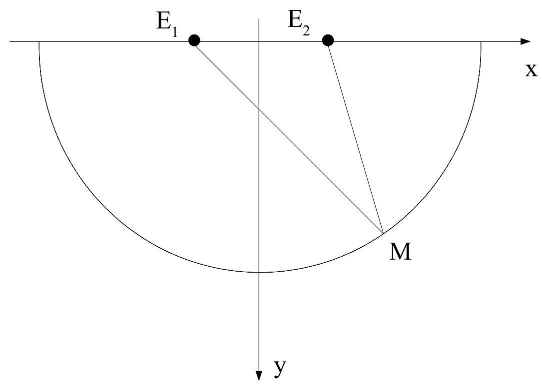

Figure 1 – Cuve à ondes

2. On se place sur la droite (E_1E_2) à l'extérieur du segment $[E_1E_2]$. On admet que l'onde émise par E_1 n'est pas perturbé par son passage au voisinage de E_2 et réciproquement. Que valent δ et p ? A quelle condition observe-t-on des interférences constructives en ces points ?
3. Lorsque le point M passe de la médiatrice de $[E_1E_2]$ à l'axe (E_1E_2), l'ordre d'interférence p croît de manière monotone. En déduire le nombre de franges d'interférences constructives que l'on peut observer dans la cuve. Application numérique pour $a = 4\,\text{cm}$ et $\lambda = 8\,\text{mm}$.

S3 – Saxophone

Une modélisation simple d'un saxophone droit, consiste à le considérer comme un tube cylindrique de longueur $L = 66\,\text{cm}$ dans lequel peuvent naître des ondes stationnaires $p(x, t)$ du type :

$$p(x, t) = p_0 \cos(kx + \psi) \cos(\omega t)$$

Au niveau du bec $x = 0$, il existe un ventre de surpression, au niveau de l'extrémité libre $x = L$, il existe un nœud de surpression.

1. Déterminer la valeur de ψ.
2. Le spectre du son émis par l'instrument est donné fig.2.

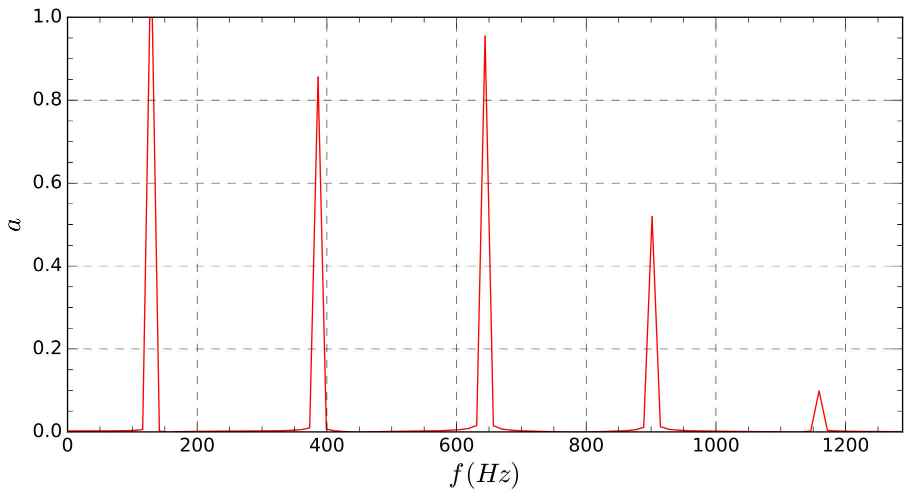

FIGURE 2 – Spectre du son en $x = 0$.

   2.1 Le signal est-il périodique ? Si oui, donner la valeur de sa période.

   2.2 Interpréter le spectre.

3. Représenter spatialement chacun des modes propres ayant été excités dans l'instrument.
4. Proposer une expression analytique de la vibration existant au sein de l'instrument.
5. Comment est essentiellement modifié le spectre du son si on enregistre la vibration au point $x = L/3$?
6. A l'aide d'une calculatrice ou, mieux, du module `matplotlib.pyplot` de `python`, représenter la vibration en $x = \dfrac{L}{3}$ au cours du temps.

S4 – Mesure de l'indice d'un verre

On considère l'interféromètre de Mach-Zender (fig.3). Un faisceau lumineux modélisé par un une onde scalaire monochromatique de longueur dans le vide $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$ est divisée en deux ondes de même amplitude par une lame séparatrice L_1, l'une parcourant le chemin $(L_1 M_1 L2)$ (chemin (1)) et l'autre le chemin $(L_1 M_2 L_2)$ (chemin (2)). Les deux ondes sont recombinés par la séparatrice L_2 pour moitié sur le détecteur D_1 et pour moitié sur le détecteur D_2.

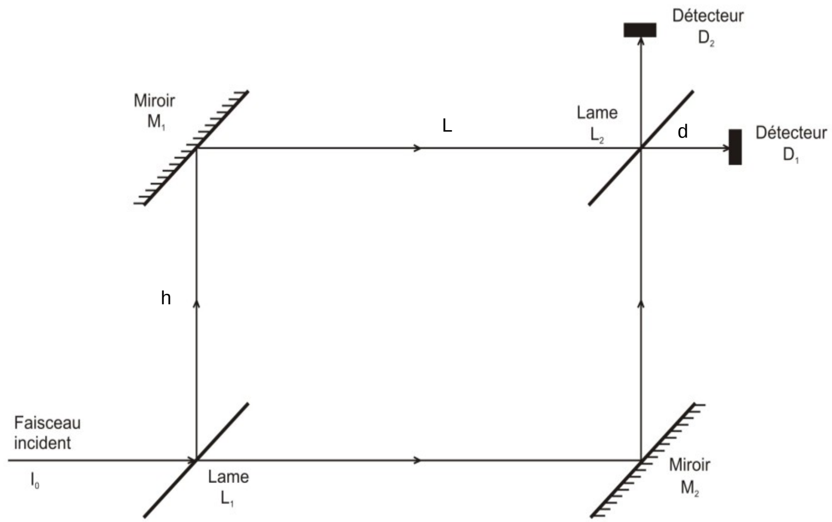

FIGURE 3 – Interféromètre de Mach-Zender

On note $s_1(D_1, t) = \dfrac{s_0}{2} \cos(\omega t + \varphi_1)$ l'onde ayant emprunté le chemin (1) au point D_1 et $s_2(D_1,t) = \dfrac{s_0}{2}\cos(\omega t + \varphi_2)$ l'onde ayant emprunté le chemin (2) au point D_1.

1. Rappeler le sens physique de φ_1 et φ_2.
2. Proposer une expression pour le signal lumineux $s(t)$ en D_1 en fonction de s_0, ω, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ et $\phi = \varphi_2 + \varphi_1$.
3. Le détecteur D_1 n'est sensible qu'à l'intensité de l'onde $I =< s(t)^2 >$. Exprimer puis tracer I en fonction de $\Delta\varphi$. Commenter. Que vaut $\Delta\varphi$ dans la configuration initiale de l'interféromètre ?
4. On intercale une lame de verre d'épaisseur $e = 1{,}46\,\mu$m sur le chemin (2) (fig.4). On sait que ce verre a grossièrement un indice optique n autour de 2. Sachant que l'intensité au point D_1 vaut 21.2% de sa valeur maximale après insertion de la lame, calculer précisément son indice optique.

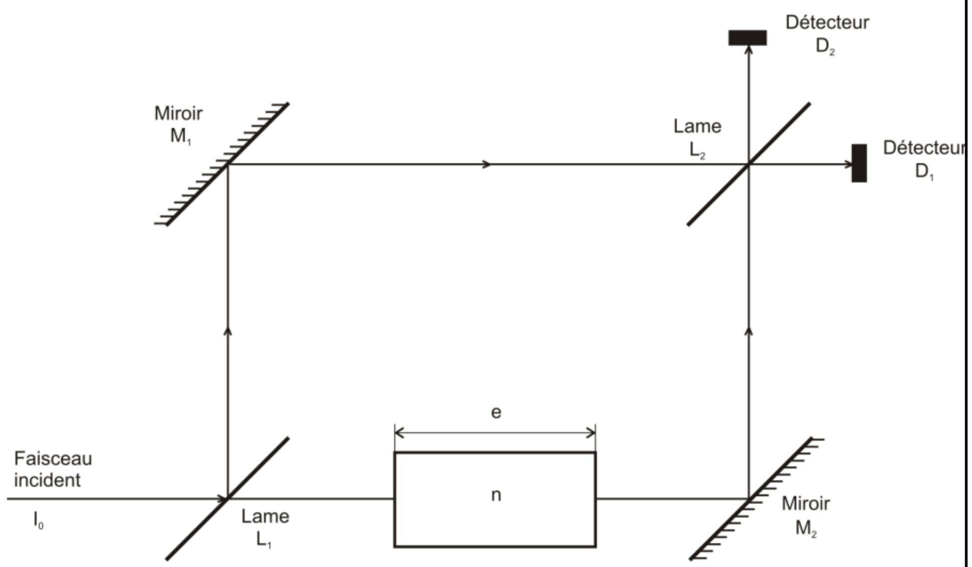

Figure 4 – Insertion de la lame