



TD S5 – PROPAGATION DE LA LUMIÈRE

D.Malka – MPSI 2019-2020 – Lycée Jeanne d'Albret

S1 – Illustration du principe de Fermat

Cet exercice vise à illustrer, sur un exemple simple, le principe de Fermat dont voici l'énoncé historique : *la lumière se propage d'un point à un autre en empruntant une trajectoire telle que la durée du parcours est minimale.* (1657)

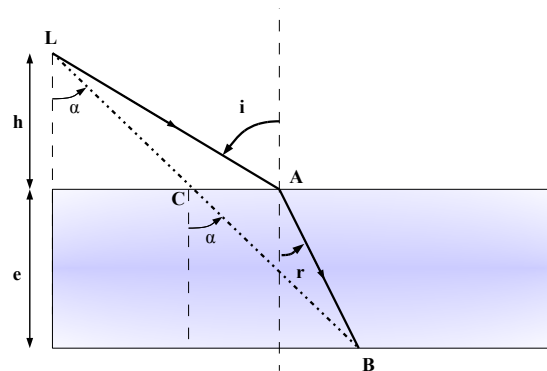


FIGURE 1 – Quel trajet pour la lumière ?

Données : $LC = 8 \text{ cm}$; $i = 60,0^\circ$; $h = 5 \text{ cm}$; $e = 6 \text{ cm}$; $n_{air} = 1$; $n = 1,5$ et $C_0 = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Un rayon lumineux, issu d'une source laser L, se propage de L à B en passant par un bloc de verre d'indice n . On envisage le parcours de la lumière en présence et en l'absence de réfraction (fig.1).

1. **Parcours de la lumière en ligne droite** : exprimer puis calculer la durée Δt_1 de propagation de la lumière de L à B en passant par C.

2. **Parcours de la lumière avec réfraction** : exprimer puis calculer la durée Δt_2 de propagation de la lumière de L à B en passant par A.
3. Quel est le trajet emprunté effectivement par la lumière pour aller de A à B ? Commenter.

S2 – Mirages

Cet exercice est une introduction à la propagation de la lumière dans un milieu non homogène. Le but est d'interpréter qualitativement les phénomènes de mirages (froid et chaud). Ces illusions d'optiques apparaissent lorsque l'indice de l'air varie assez rapidement avec l'altitude.

1. **Mirages chauds**

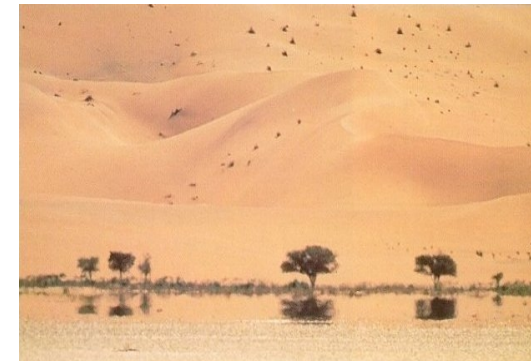


FIGURE 2 – Un mirage chaud

Lorsque le sol est très chaud, la température de l’air est d’autant plus élevée qu’il est proche du sol. Plus l’air est chaud moins son indice optique est élevé. L’indice optique augmente donc avec l’altitude.

On décompose l’atmosphère en couches planes isothermes. C’est le modèle de l’atmosphère stratifiée (fig.3).

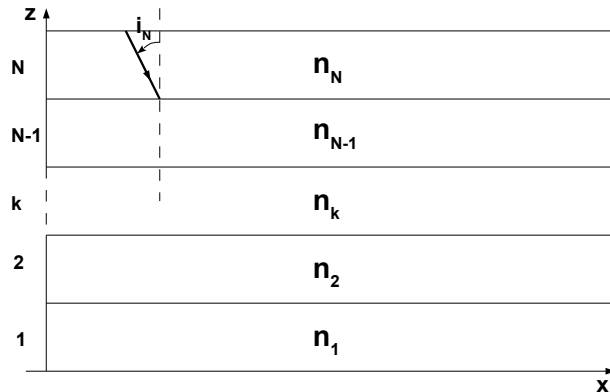


FIGURE 3 – Modèle de l’atmosphère stratifiée

- 1.1 Montrer que, $n_k \sin(i_k) = cste$, où k désigne la $k^{\text{ième}}$ couche atmosphérique.
- 1.2 Tracer les rayons réfractés par les couches d’air successives en faisant apparaître les angles d’incidence et de réfraction puis montrer que pour un angle d’incidence initial suffisamment grand, une réflexion totale se produit.
- 1.3 Pour une variation continue de l’indice n , tracer qualitativement le trajet d’un rayon lumineux issu du ciel. Dans quel sens et direction sa trajectoire est-elle courbée ?
- 1.4 Interpréter alors le mirage chaud observé sur la photo fig.2. Faire un schéma.

2. Mirages froids

Il arrive que la mer soit nettement plus froide que l’atmosphère. La température de l’air augmente alors avec l’altitude. Que peut-on observer si

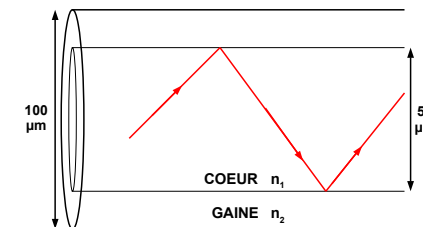
on regarde un bateau ou une île au loin ? Interpréter le mirage froid fig.4. Justifier par un schéma.



FIGURE 4 – Un mirage froid

S3 – Fibre optique à saut d’indice

On considère un guide d’ondes diélectrique constitué de deux cylindres concentriques de section circulaire, et constitués l’un et l’autre de matériau isolant (la silice). L’indice de réfraction de la partie centrale, appelée cœur, est noté n_1 ; l’indice de la partie périphérique, appelée gaine, est noté n_2 , avec $n_2 < n_1$. Le milieu extérieur est l’air, assimilé au vide et donc d’indice égal à 1 (valeur qu’on prendra dans les calculs littéraires).



Dans ce problème, on s'intéresse essentiellement à un type de fibre optique particulier : les fibres à saut d'indice. Dans une fibre à saut d'indice, le cœur et la gaine sont des milieux homogènes : $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$ sont uniformes. On note z la direction générale de propagation (fig. 5). Le diamètre du cœur vaut $a = 50 \mu\text{m}$.

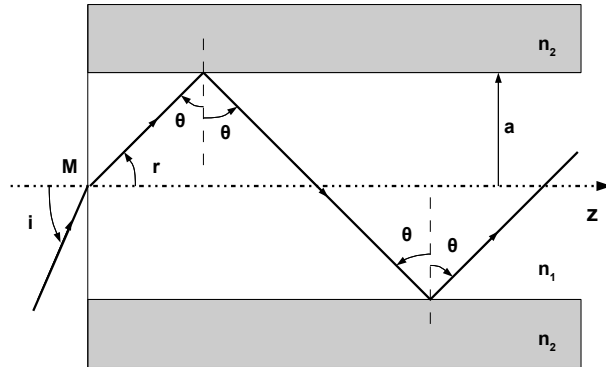


FIGURE 5 – Fibre à saut d'indice. L'indice de cœur est noté n_1 , l'indice de gaine n_2 .

1. Ouverture numérique de la fibre.

- 1.1 A quelle condition sur l'incidence, si propagation dans la fibre il y a, la trajectoire des rayons lumineux est-elle plane? *La réponse à cette question n'est pas indispensable pour aborder la suite du problème et on considère la condition réalisée par la suite.*
- 1.2 Montrer que le rayon lumineux est guidé par réflexion totale dans le cœur (c'est-à-dire qu'il n'en sort pas) si θ est supérieur à une certaine valeur θ_L que l'on exprimera en fonction de n_1 et de n_2 . Calculer θ_L .
- 1.3 On note i l'angle d'entrée du rayon à l'extérieur de la fibre (fig.5).
 - 1.3.1 Montrer que la valeur maximale de i (notée i_{max}) pour que le guidage soit assuré dans la fibre, vaut :

$$i_{max} = \arcsin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

- 1.3.2 Calculer numériquement $N = \sin i_{max}$, appelée ouverture numérique de la fibre, puis i_{max}

2. Dispersion modale

La transmission d'information par fibre optique est sujette à deux problèmes : l'atténuation du signal (non traité ici) et la dispersion modale c'est-à-dire l'élargissement des impulsions lumineuses au cours de leur propagation dans la fibre.

On envoie à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 1,55 \mu\text{m}$ sous la forme d'un faisceau conique convergent en M et d'angle au sommet i_{max} (fig.6). On note L la longueur de la fibre.

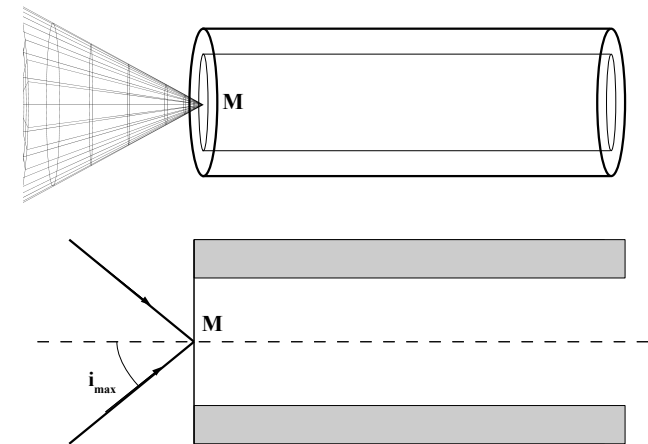


FIGURE 6 – Faisceau incident

- 2.1 A quel domaine spectral appartient les impulsions?
- 2.2 Rayon de plus court parcours.
 - 2.2.1 Schématiser le trajet de la lumière le plus court à travers la fibre.
 - 2.2.2 Exprimer la durée τ_1 de ce parcours.
- 2.3 Rayon de plus long parcours.
 - 2.3.1 Schématiser le trajet de la lumière le plus long à travers la fibre.
 - 2.3.2 Exprimer la durée τ_2 de ce parcours.

2.4 Exprimer la différence de durée de parcours $\Delta t_{\max} = \tau_2 - \tau_1$.

Le signal numérique (suite de 0 et de 1) d’entrée est pulsé périodiquement comme représenté fig.7. Une impulsion code un bit également à 1, l’absence d’impulsion code un bit égal à 0. Les impulsions sont supposées infiniment brèves.

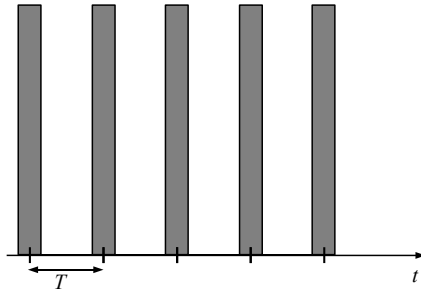


FIGURE 7 – Signal d’entrée de la fibre optique

- 2.5 Quelle est la largeur temporelle des impulsions à la sortie de la fibre ?
Cet élargissement des impulsions au cours de la propagation à travers la fibre optique est appelé dispersion modale.
- 2.6 En déduire le débit maximal R_{\max} de la fibre optique en bit/s pour une fibre de longueur $L = 50$ km.