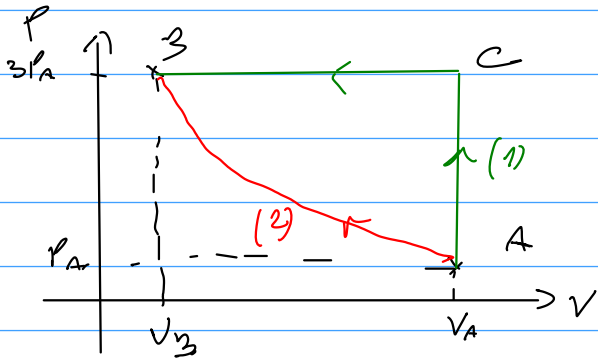


TDT2 - Corrigé

T1 - Travail et transfert thermique reçus par un gaz.



① État final :  $(P_B, V_B, T_B)$

$P_B = 3 P_A = 3 \text{ bar.}$

$T_B = T_A = 293 \text{ K.}$

$V_B = \frac{nRT_B}{P_B} = \frac{V_A}{3} \approx 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \approx 8 \text{ L.}$

$V_A = ? \quad V_A = \frac{nRT_A}{P_A}$

A.N.  $V_A = \frac{1 \times 8,314 \times 293}{10^5}$

$\approx 24 \times 10^{-3} \text{ m}^3$   
 $= 24 \text{ L.}$

(2) isotherme quasistatique.  $T = T_A = 293 \text{ K}$

(1) échauffement isochore  
compression isobare.

②  $\Delta U = C_V (T_B - T_A) = 0$  pour (1) et (2).

1<sup>er</sup> principe :  $\Delta U_{12} = Q + W \Rightarrow Q = -W$

Transfo (1):

$W^{(1)} = W_{AC}^{(1)} + W_{CB}^{(1)}$

avec  $W_{AC}^{(1)} = - \int_{V_A}^{V_C} p_{ext} dV$  or  $dV = 0$  (isochore)

$W_{CB}^{(1)} = - \int_C^B p_{ext} dV$  avec  $p_{ext} = 3 P_A = \text{cte.}$

$= - 3 P_A \int_{V_C}^{V_B} dV = - 3 P_A (V_B - V_C)$

$= - 3 P_A \left( \frac{V_A}{3} - V_A \right) \Leftrightarrow W_{CB}^{(1)} = 2 P_A V_A$

$\Rightarrow W^{(1)} = 2 P_A V_A > 0$

OK puisque compression.

$\Rightarrow Q^{(1)} = -W^{(1)} = -2 P_A V_A$

Transfo (2) :  $W^{(2)} = - \int_{V_A}^{V_B} p_{ext} dV$  avec  $p_{ext} = P = \frac{nRT_A}{V}$

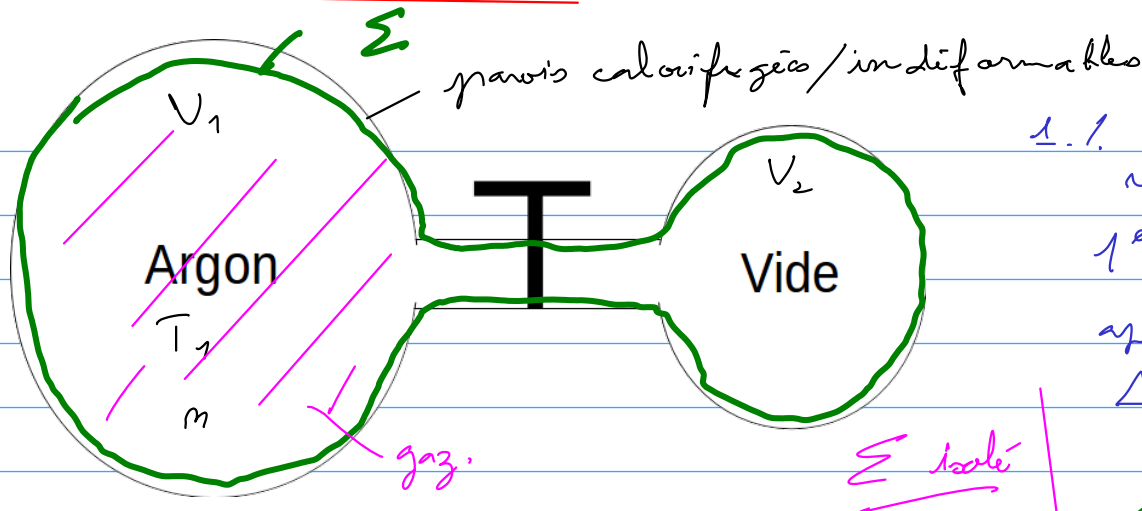
$= - nRT_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V}$

$< W^{(1)}$

$= - nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \ln 3 = W^{(2)}$

$\Rightarrow Q^{(2)} = -W^{(2)} = -nRT_A \ln 3$

12 - Détente de Joule - Gay-Lussac



1.1.  $\Sigma =$  contour des réservoirs.

1<sup>er</sup> principe appliqué à  $\Sigma$ .

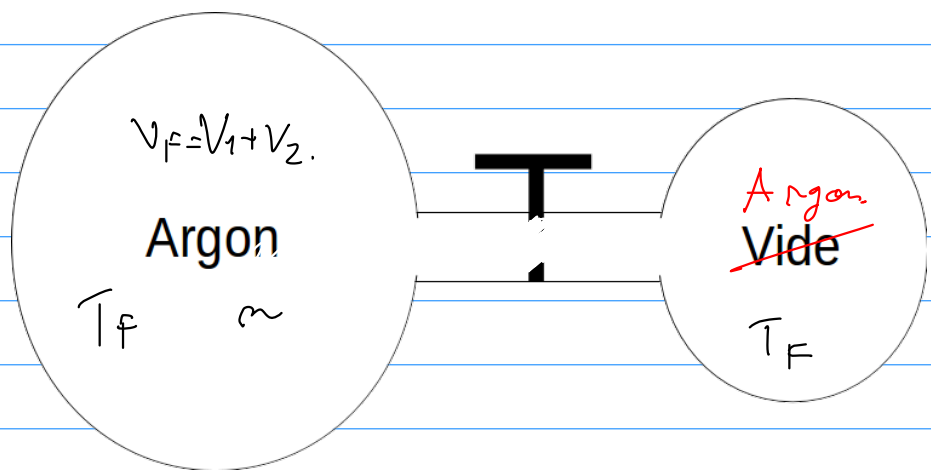
$$\Delta U_{\Sigma} = \underbrace{\Delta U_{\text{gaz}}}_{=0} + \underbrace{\Delta U_{\text{vide}}}_{=0}$$

(parois indéformables) (parois calorifugées)

$$\Delta U_{\Sigma} = 0$$

$$\text{ou } U_{\Sigma} = U_{\text{gaz}} + U_{\text{vide}}$$

$$\Delta U_{\text{gaz}} = 0$$



2. Argon  $\equiv$  G.P.  $\Rightarrow \Delta U_{\text{gaz}} = C_v \Delta T$

$$\Delta U_{\text{gaz}} = 0 \Leftrightarrow \Delta T = 0 \Leftrightarrow T_f = T_1$$

3. VANW ;  $U = m C_{v,m} T - \frac{m^2 a}{V}$

5 mol 5 k<sup>2</sup>.mol

3.1.  $C_{v,m}$  : capacité thermique molaire à volume constant.

A V constant,  $C_{v,m} \equiv$  énergie  $\bar{e}$  apportée à 1 mol pour  $\nearrow$  sa Temp. de 1 K.

3.2.  $a = - \frac{m^2 a}{V}$  ; énergie potentielle d'interaction entre particules

$$V \searrow \Rightarrow |a| \nearrow$$

3.3.  $\Delta T = T_f - T_1 = -5,4 \text{ K}$ . pour  $V_1 = V_2 = 1 \text{ m}^3$   
 et  $n = 4,0 \text{ mol}$ .  $a = ?$

$$\Delta U_{\text{gaz}} = 0 \quad \text{car} \quad U = nC_{\text{om}}T - \frac{m^2 a}{V}$$

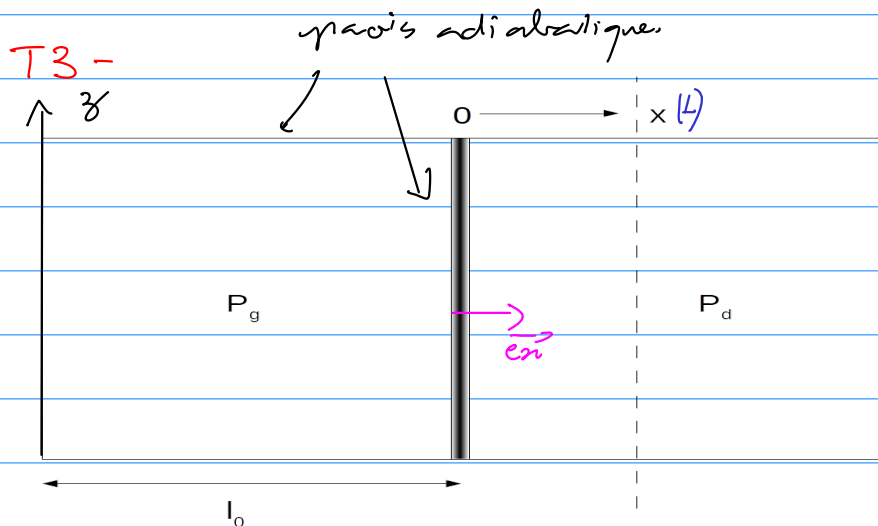
Entre l'état final et l'état initial :

$$\Delta U = 0$$

$$n C_{\text{om}} (T_f - T_i) - m^2 a \left( \frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$$

$$\Rightarrow n C_{\text{om}} (T_f - T_i) - m^2 a \left( \frac{1}{V_1 + V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{C_{\text{om}} (T_f - T_i)}{m \left( \frac{1}{V_1 + V_2} - \frac{1}{V_1} \right)} \quad \text{A.N. :}$$



Etat i :  $(P_0, V_0, T_0)$

$n = 1$  mole  
dans chaque  
compartiment.

$$\leftarrow \rightarrow \text{Presure } \gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

1/ Pressions :  $\Sigma_g = \text{gaz}$  et gauche

Hyp : -  $\Sigma_g = G.P.$

- adiabatique

- quasi-statique.

Loi de Laplace :

$$P_g V_g^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

$$\Rightarrow P_g = P_0 \times \left( \frac{V_0}{V_g} \right)^\gamma \quad \text{avec} \quad V_g = V_0 + nS$$

$$\Rightarrow P_g = P_0 \times \left( \frac{V_0}{V_0 + nS} \right)^\gamma \Leftrightarrow P_g = \frac{P_0}{\left( 1 + \frac{nS}{V_0} \right)^\gamma}$$

$$\Leftrightarrow P_g = \frac{P_0}{\left( 1 + \frac{nS}{V_0} \right)^\gamma}$$

① raisonnement pour le com partiment de droite:

$$P_d = \frac{P_0}{(1 - \alpha/l)^\gamma}$$

2. / Mot du piston ?

Syst : piston

Ref : labo R, galiléen

- IDF :
- poids  $\vec{P} = -m g \vec{e}_z$
  - réact° normale  $\vec{N} = N \vec{e}_z$
  - $\vec{F}_g = P_g S \vec{e}_z$
  - $\vec{F}_d = -P_d S \vec{e}_z$

TCM au piston de R suivant  $\vec{e}_z$ .

$$m \ddot{x} = (P_g - P_d) S$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + (P_d - P_g) \times \frac{S}{m} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + P_0 \left( \frac{1}{(1 - \alpha/l_0)^\gamma} - \frac{1}{(1 + \alpha/l_0)^\gamma} \right) \times \frac{S}{m} = 0$$

Petites oscillations ;  $x \ll l_0$  ;  $\left(1 - \frac{x}{l_0}\right)^{-\gamma} = 1 + \gamma \frac{x}{l_0} + o\left(\frac{x}{l_0}\right)$

$\left(1 + \frac{x}{l_0}\right)^{-\gamma} = 1 - \gamma \frac{x}{l_0} + o\left(\frac{x}{l_0}\right)$

D' aut :  $\ddot{x} + \frac{2P_0 S \gamma}{m l_0} x = 0$

$\uparrow$   
 $\omega_0^2$

eq d' un O.H de pulsat°  $\omega_0 = \sqrt{\frac{2P_0 S \gamma}{m l_0}}$

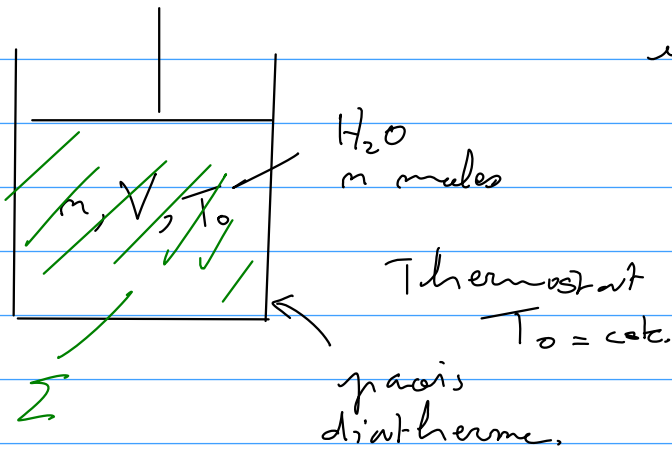
Mesure de  $\omega_0$  donne la valeur de  $\gamma$ .

③ Si dissipation d'énergie mécanique, le piston finit par s'arrêter. Le système  $\Sigma \equiv \{\text{gaz} + \text{piston}\}$  s'est alors échauffé. Température  $T_f$  ?

$\Sigma$  isolé  $\Rightarrow \Delta E = 0$  or  $\Delta E = \Delta U + \Delta E_m$  avec  $E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 x_0^2$  (O.H)  
 $\Rightarrow \Delta E_m = -\frac{1}{2} m \omega_0^2 x_0^2$  et  $\Delta U = C_v \Delta T \approx C_{v, \text{gaz}} (T_f - T_0) = \frac{mR}{\gamma - 1} (T_f - T_0)$

$$D' aut : T_f = T_0 + \frac{(\gamma - 1)}{2mR} m \omega_0^2 x_0^2 > T_0$$

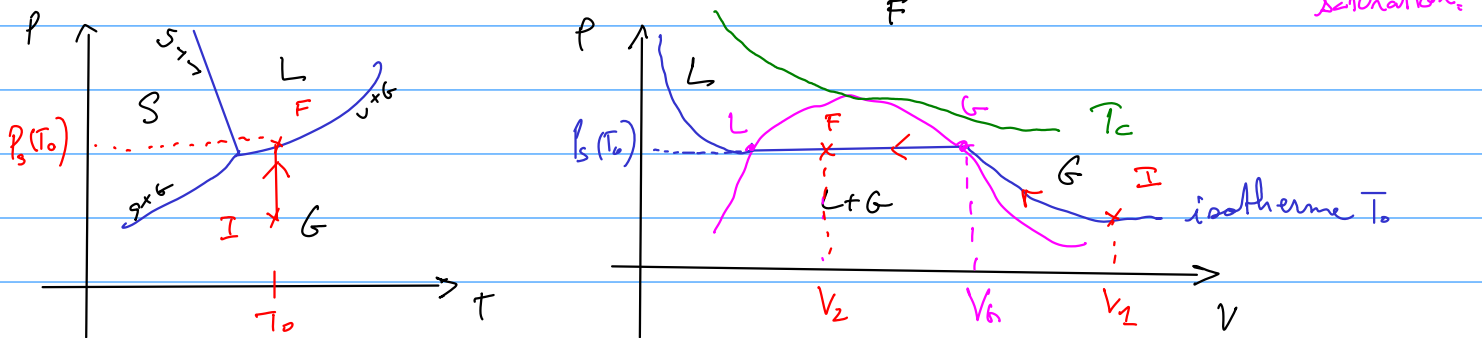
# T4 - Compression isotherme d'eau gazeuse.



isotherme  $\Rightarrow$   $\Sigma$  compression  
 $\Rightarrow$   $\Sigma$  transfert thermique

- 1) Parois diathermes  
 Contact thermique avec un thermostat de température  $T_0$   
 $\Sigma$  compression  $\Rightarrow$   $\Sigma$  transfert thermique ( $\Rightarrow$  assure l'équilibre thermique avec le thermostat à chaque instant)

## 2/ Représentation graphique de la transformation.



## 3/ Volume $V_0$ du système à la limite de la liquéfaction.

- la vapeur est sèche et la transformation quasi-statique donc :

$$PV_0 = nRT$$

- la transformation est isotherme donc  $T = T_0$

- à la limite de liquéfaction  $P = P_s(T_0)$

Finalement :

$$V_0 = \frac{nRT_0}{P_s(T_0)}$$

4/ Travail reçu pour  $\Sigma$ .

$$W = \int_I^F -P_{ext} dV = \underbrace{-\int_I^G P_{ext} dV}_{W_{IG}} - \underbrace{\int_G^F P_{ext} dV}_{W_{GF}}$$

Sur IG : compression quasi-statique donc  $P_{ext} = P$  et  $P = \frac{nRT}{V}$   
 et isotherme à  $T = T_0$  donc  $P = \frac{nRT_0}{V}$ . D'où,

$$W_{IG} = \int_I^G P_{ext} dV = \int_{V_1}^{V_0} \frac{nRT_0}{V} dV = nRT_0 \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right)$$

Avec  $V_0 = \frac{nRT_0}{P_3(T_0)}$ , il vient :  $W_{IG} = nRT_0 \ln\left(\frac{nRT_0}{P_3(T_0)V_1}\right)$

Sur G-F : compression monobare à  $P_3(T_0)$  de  $\Sigma$  de  $V_0$  à  $V_2$  :

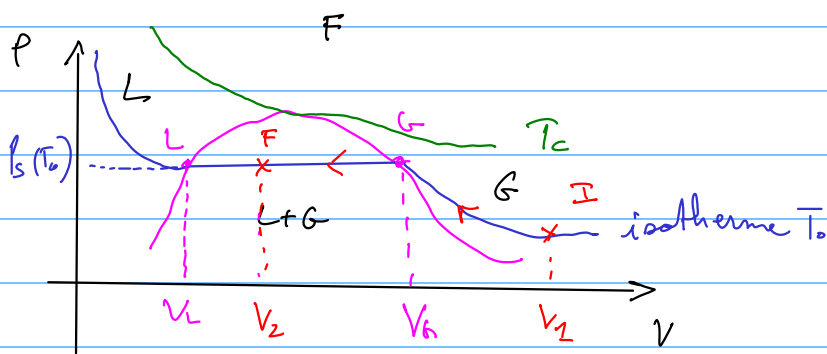
$$W_{GF} = - \int_{V_0}^{V_2} P_3(T_0) dV = P_3(T_0)(V_0 - V_2) = P_3(T_0) \left( \frac{nRT_0}{P_3(T_0)} - V_2 \right)$$

Soit  $W_{GF} = nRT_0 - P_3(T_0)V_2$ .

Travail total fourni :

$$W_{IF} = nRT_0 \ln\left(\frac{nRT_0}{P_3(T_0)V_1}\right) + nRT_0 - P_3(T_0)V_2$$

5/ Théorème des moments :



$$\frac{m_l}{m} = \alpha_l = \frac{V_0 - V_2}{V_0 - V_1}$$

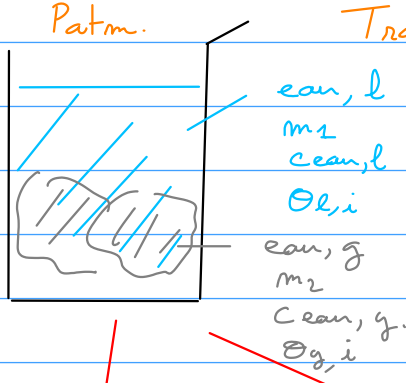
On peut raisonnablement négliger  $V_1$  devant  $V_0$  d'où :

$$m_l \approx m \left(1 - \frac{V_2}{V_0}\right)$$

$$m_l = \left(1 - \frac{nRT_0}{P_3(T_0)V_2}\right)$$

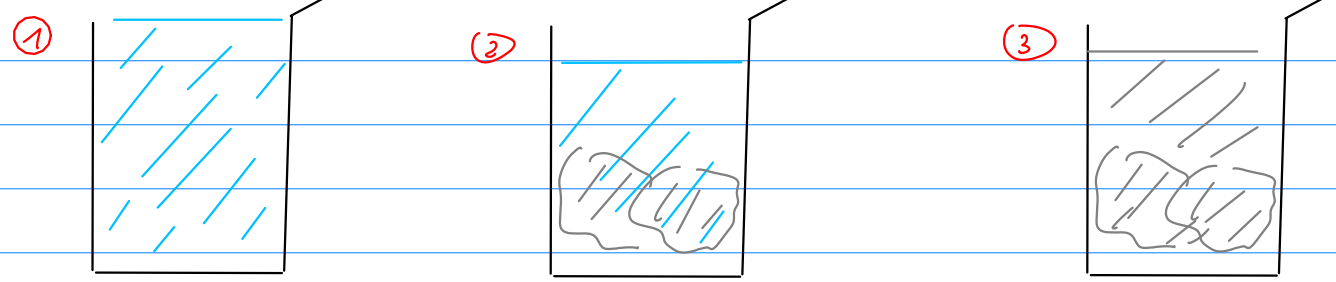
T5. Mélange eau / glace

Etat initial



Transfert thermique négligé

Etats finals possibles



① eau totalement liquide:  
 $m_1' = m_1 + m_2$   
 $m_2' = 0$   
 $\theta_f = ?$

② mélange eau / glace  
 $m_1' = ?$  avec  $m_1' + m_2' = m_1 + m_2$   
 $m_2' = ?$   
 $\theta_f = 0^\circ\text{C}$

③ eau totalement solide:  
 $m_2' = m_1 + m_2$   
 $m_1' = 0$   
 $\theta_f = ?$

Cas ①.  $\Sigma = \{ \text{eau, l} + \text{eau, g} \}$  isolé  $\Rightarrow \varphi = 0, w = 0$  ( $\varphi$  cond idéal)

1<sup>er</sup> principe appliqué à  $\Sigma$ . Transf iso-bare:  $\Delta H = \varphi \Rightarrow \Delta H = 0$

D'autre part, l'extensivité de H  $\Rightarrow \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$

↑ relative à l'eau initialement liquide  
 ↑ relative à l'eau initialement solide

avec  $\Delta H_1 = m_1 c_{\text{eau, l}} (\theta_f - \theta_{l, i})$   
 refroidissement de l'eau

$\Delta H_2 = m_2 c_{\text{eau, g}} (\theta_f - \theta_{g, i}) + \delta m \Delta \mu_{\text{h}}$  avec  $\delta m = m_2 - m_2'$   
 réchauffement de la glace  
 on suppose qu'une fraction de la glace fond

Si  $\delta m < 0$  c'est en fait l'eau liquide qui gèle partiellement.

$$D' \text{ où } \Delta H = 0 \Leftrightarrow m_1 c_{\text{eau},l} (\theta_f - \theta_{e,i}) + m_2 c_{\text{eau},g} (\theta_f - \theta_{g,i}) + \delta m \Delta_{\text{fus}} h. = 0$$

$$\Leftrightarrow \delta m = \frac{m_1 c_{\text{eau},l} (\theta_f - \theta_{e,i}) + m_2 c_{\text{eau},g} (\theta_f - \theta_{g,i})}{\Delta_{\text{fus}} h.}$$

avec  $\delta m = m_2 - m_2'$  et  $m = m_1 + m_2 = m_1' + m_2'$  donne  $m_1'$  et  $m_2'$ .

Relation valable tant que  $\delta m \leq m_2$  (la glace fond partiellement)  
ou  $\delta m \geq -m_1$  (l'eau liquide gèle partiellement)

Si  $\delta m \geq m_2$  : la glace fond en fait totalement.  $\Rightarrow$  cas (1)

Cas (1).  $\Sigma = \{ \text{eau}, l + \text{eau}, g \}$  isolé  $\Rightarrow Q = 0, W = 0$  (processus idéal)

, 1<sup>er</sup> principe appliqué à  $\Sigma$ . Transfo isobare :  $\Delta H = Q \Rightarrow \Delta H = 0$

, D'autre part, l'extensivité de  $H \Rightarrow \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$

↑ relative à l'eau initialement liquide      ↑ relative à l'eau initialement solide

$$\text{avec } \Delta H_1 = m_1 c_{\text{eau},l} (\theta_f - \theta_{e,i})$$

refroidissement de l'eau

$$\Delta H_2 = m_2 c_{\text{eau},g} (\theta_0 - \theta_{g,i}) + m_2 \Delta_{\text{fus}} h. + m_2 c_{\text{eau},l} (\theta_f - \theta_0) \text{ avec } \theta_0 = 0^\circ\text{C}$$

réchauffement de la glace

fusion de la glace.

réchauffement de la glace fondue.

$$\text{Donc } \Delta H = 0$$

$$\Leftrightarrow m_1 c_{\text{eau},l} (\theta_f - \theta_{e,i}) + m_2 c_{\text{eau},g} (\theta_0 - \theta_{g,i}) + m_2 \Delta_{\text{fus}} h. + m_2 c_{\text{eau},l} (\theta_f - \theta_0) = 0$$

$$\Leftrightarrow \theta_f = \frac{m_1 c_{\text{eau},l} \theta_{e,i} + m_2 c_{\text{eau},g} \theta_{g,i} - m_2 \Delta_{\text{fus}} h.}{(m_1 + m_2) c_{\text{eau},l}}$$

Valable tant que  $\theta_f \geq 0$ .

Cas (3) : analogue au cas (2) en permettant les rôles de l'eau liquide et de la glace : à chercher comme une grande ou un grand !