TD 0 – Dimensions & Unités

D.Malka – MPSI 2018-2019 – Lycée Jeanne d'Albret

D1 – Dimensions de quelques grandeurs

Donner, en fonction des dimensions fondamentales, les dimensions des grandeurs suivantes :

1. une force F,
2. une énergie E,
3. une puissance P,
4. une résistance électrique R.

D2 – Dimension de la constante de Planck

La constante de Planck, noté h, est la constante fondamentale la plus importante de la mécanique quantique. h a la dimension d'une action, sa valeur est $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$.

Quelle est la dimension fondamentale de la constante de Planck ?

D3 – Homogénéité d'une équation

L'équation de la chaleur décrit la diffusion thermique d'une grandeur φ dans un milieu matériel. Elle a une importance historique.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$$

Déterminer la dimension du coefficient de diffusion D et proposer une unité pour cette grandeur sachant que x est une coordonnée d'espace et t la coordonnée de temps.
☞ *Interpréter les dérivées partielles première et seconde de φ comme des fractions.*

D4 – Force de trainée

Un objet se déplaçant à une vitesse v par rapport à un fluide de masse volumique ρ et présentant une aire A à ce fluide, subit une force de traînée F s'opposant à son mouvement. L'influence de la géométrie de l'objet est prise en compte par un coefficient de proportionnalité C (sans dimension), le coefficient de traînée.

1. Déterminer les dimensions de v, A, ρ et F en fonction des dimensions fondamentales.
2. Par analyse dimensionnelle du problème, on cherche une expression pour la force de traînée F sous la forme $\frac{1}{2} C A^{\alpha} \rho^{\beta} v^{\gamma}$.

   2.1 Déterminer le système d'équations satisfait par α, β, γ.

   2.2 En déduire l'expression de la force de traînée.

D5 – Période d'un pendule

Soit un pendule constitué d'un fil de raideur infinie et de longueur $l = 1\,\mathrm{m}$, et d'une masselotte de masse m lâchée dans le champ de pesanteur $\vec{g}$. Ce pendule effectue de petites oscillations planes et isochrones.

Déterminer un ordre de grandeur numérique de la pulsation caractéristique ω_0 des oscillations libres du pendule par analyse dimensionnelle.

D6 – Estimation de l'espérance de vie d'un mammifère

On modélise un mammifère quelconque par une boule d'eau de rayon R et de masse M telle que :
— l'énergie qu'il stocke est proportionnelle à sa masse M,
— la puissance métabolique qu'il perd est proportionnelle à son rayon R.

1. En prenant comme unité de temps l'inverse de la fréquence cardiaque N, l'estimer en fonction de la masse M.
2. En supposant que l'espérance de vie τ d'un mammifère est de 1×10^9 battements cardiaques, en estimer l'ordre de grandeur pour une souris, un éléphant puis un homme. Commenter.