



TD S1 – MODÈLE DE L'OSCILLATEUR HARMONIQUE

D.Malka – MPSI 2020-2021 – Lycée Jeanne d'Albret

S1 – Oscillateur à deux ressorts

On considère une masselotte M de masse m comprise entre deux ressorts et susceptible de se mouvoir sans frottement le long d'un axe Ox . Les ressorts ont même longueur à vide l_0 mais des raideurs différentes k et k' . On repère la position de M par sa distance x au point O (fig.1). Le référentiel d'étude est supposé galiléen.

1. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à M , déterminer l'équation différentielle vérifiée par x . Identifier la fréquence propre ainsi que la position d'équilibre x_{eq} du système.
2. Le système est initialement dans son état d'équilibre. A $t = 0$, on lui communique une vitesse v_0 . Déterminer l'expression de $x(t)$ pour $t \geq 0$.
3. Un repérage de la position de M permet de tracer la courbe fig.2. Déterminer les caractéristiques du mouvement de l'oscillateur ainsi que la valeur de v_0

S2 – Équi-répartition de l'énergie d'un oscillateur harmonique

On considère un oscillateur harmonique mécanique unidimensionnelle de masse m et de pulsation propre ω_0 . On note $x(t)$ la position et $\dot{x}(t)$ la vitesse. On choisit l'origine des coordonnées telle que la position d'équilibre soit nulle : $x_{eq} = 0$.

1. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$?
2. Montrer que $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, où A et φ sont deux constantes, est solution de cette équation différentielle.
3. Redonner l'expression canonique de l'énergie mécanique de l'oscillateur.
4. Montrer que les valeurs moyennes sur une période de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de l'oscillateur sont égales.

S3 – Modèle de la houle selon Newton

On considère un tube en U dont les branches sont verticales. Le tube est rempli d'un liquide sur une longueur totale L . À partir de l'équilibre, on impose une dénivellation entre les deux branches du tube (fig.3).

Le liquide oscille alors d'une branche à l'autre, la côte z de la surface libre du liquide dans la branche de droite vérifiant l'équation :

$$\ddot{z} + \frac{2g}{L}z = 0$$

1. Quelle est la nature des oscillations du liquide ? À quelle pulsation ω_0 le fluide oscille-t-il ?
2. Newton assimile la houle en eau profonde au phénomène précédent en imaginant que la partie haute de l'ondulation se vide dans la partie basse. On pose alors $L = \lambda/2$ où λ est la longueur d'onde de la houle (fig.4).
 - 2.1 Proposer un ordre de grandeur de la période de la houle. Commenter.
 - 2.2 Proposer un ordre de grandeur pour la célérité de la houle. Commenter.

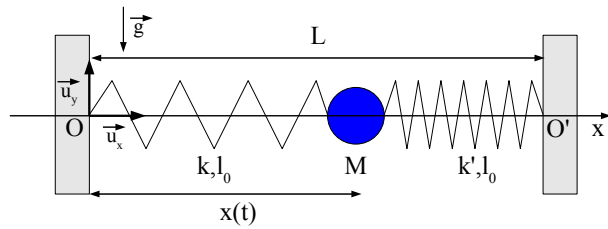


FIGURE 1 – Oscillateur à deux ressorts

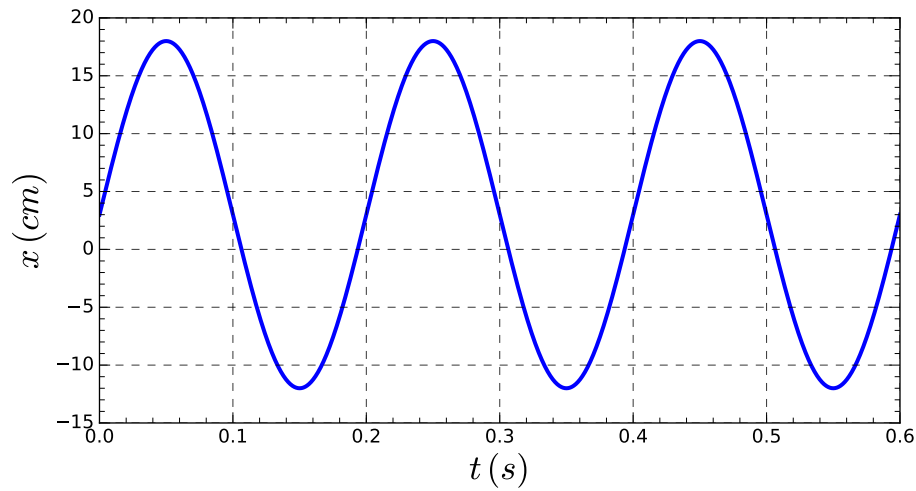


FIGURE 2 – Enregistrement de la position du mobile

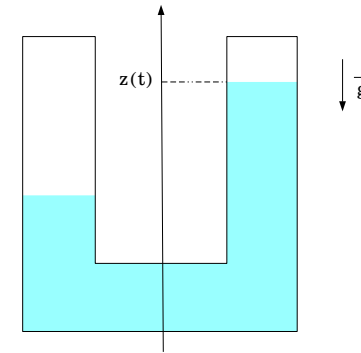


FIGURE 3 – Oscillation d’un liquide dans un tube en U

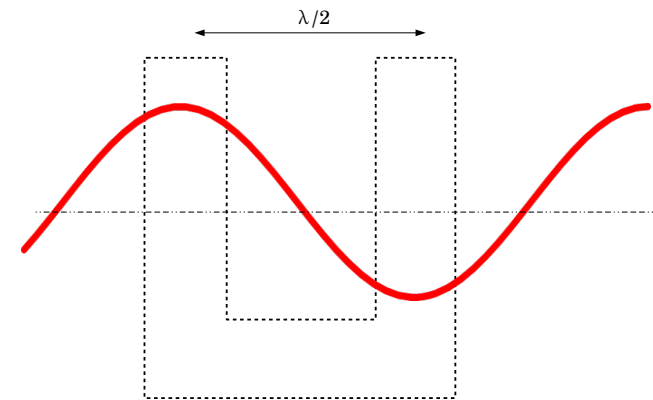


FIGURE 4 – Modèle de la houle selon Newton